

FISICA GENERALE I

Docente: Prof. G. Carboni
giovanni.carboni@cern.ch

Esercitatore: Dott. R. Petrillo
roberto.petrillo@roma2.infn.it

Anno Accademico 2012 - 2013

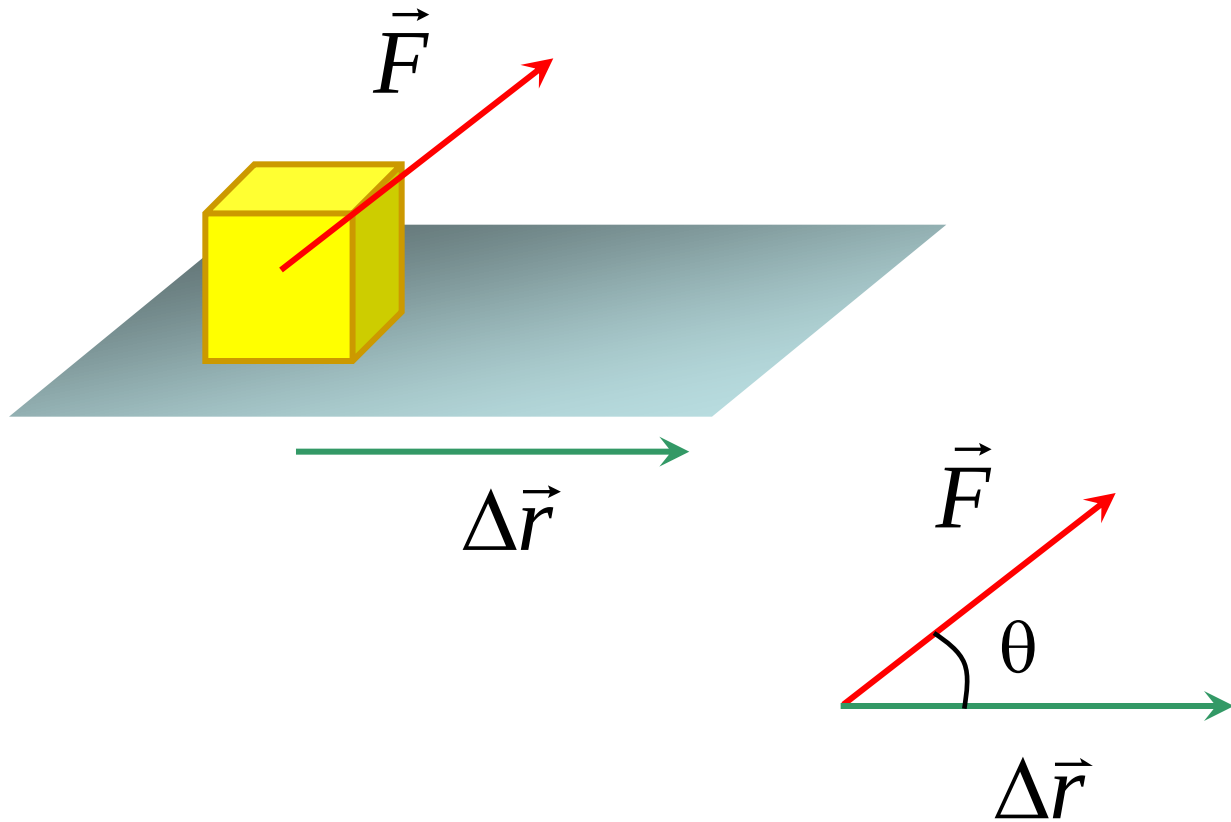
Queste lezioni sono scaricabili in formato pdf
dalla pagina

<http://people.roma2.infn.it/carboni>

UTENTE: fis1_studenti
PW: disp_fis1

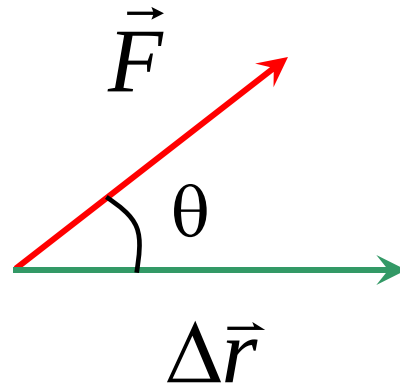
➔ *Necessario Adobe Reader*

Lavoro ed energia



Lavoro della forza:
$$\Delta\mathcal{L} = |\vec{F}| |\Delta\vec{r}| \cos \theta$$

Diciamo che una forza fa lavoro quando il suo punto di applicazione si sposta



$$\Delta\mathcal{L} = |\vec{F}| |\Delta\vec{r}| \cos \theta \quad \leftarrow$$

- *abbiamo supposto la forza costante durante lo spostamento*
- *un fatto sempre verificato se lo spostamento è infinitesimo*

$$\Delta\vec{r} \rightarrow d\vec{r}$$

Dimensioni e unità di misura del lavoro

$$[\mathcal{L}] = [F][L] = [M][L]^2[T]^{-2} = [M][V]^2$$

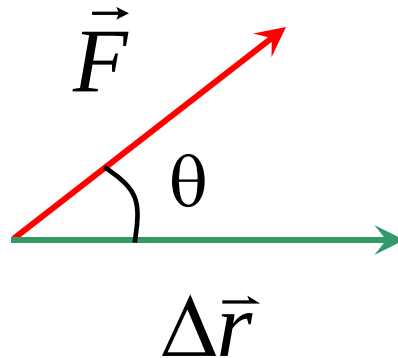
Sistema Internazionale

- 1 Joule (J) è il lavoro fatto da una forza di 1 N per uno spostamento di 1 m parallelo ad essa

Sistema cgs

- 1 erg = 1 dyne x 1cm

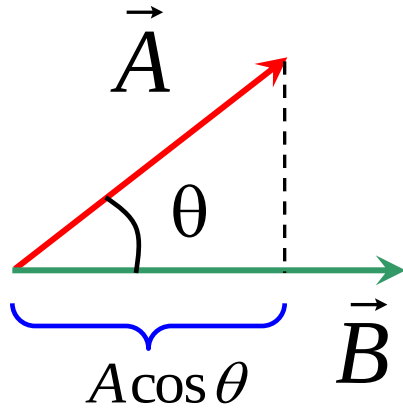
Il prodotto $\Delta\mathcal{L} = |\vec{F}| |\Delta\vec{r}| \cos \theta$ è il **prodotto scalare**
dei vettori $\vec{F}$ e $\Delta\vec{r}$



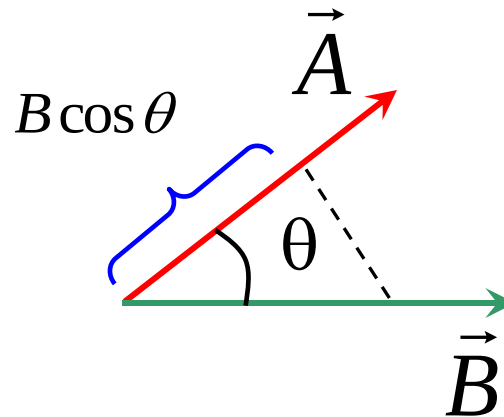
$$\Delta L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

Il prodotto scalare di due vettori produce, come dice il nome, uno scalare cioè un numero (positivo o negativo)

Prodotto scalare: richiami



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta = \vec{B} \cdot \vec{A}$$



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A} = A_x B_x + A_y B_y \quad (2 \text{ dimensioni})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}| |\vec{A}| = A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

Conoscendo il prodotto scalare e i moduli dei due vettori posso trovare l'angolo fra di essi

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

Per esempio, posso trovare l'angolo fra due vettori partendo dalle sole componenti applicando la regola $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$

$$\cos \theta = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2} \cdot \sqrt{B_x^2 + B_y^2}}$$

Un'ultima proprietà

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = (\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B}) = A^2 + B^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B}$$

o anche

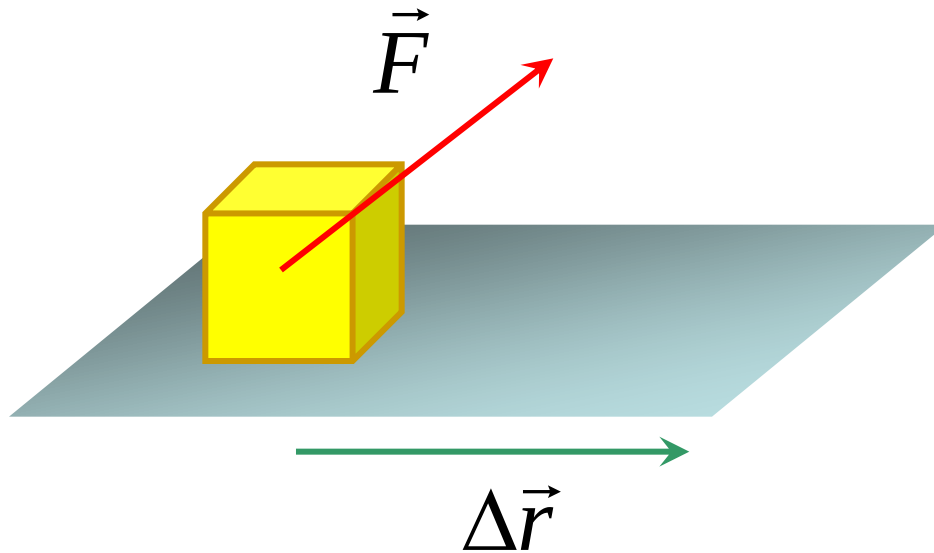
$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta$$

*Anche questa ci permette di
trovare θ*

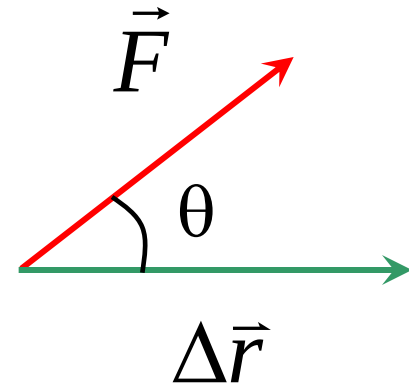
$$\cos \theta = \frac{(\vec{A} + \vec{B})^2 - A^2 - B^2}{2AB}$$

Queste regole le richiamiamo qui a proposito del lavoro ma possono essere utili in altri casi, quindi è bene saperle sempre.

http://galileoandeinstein.physics.virginia.edu/more_stuff/Applets/Collision/jarapplet.html



$$\Delta\mathcal{L} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$



Segno del lavoro

- se $\theta < 90^\circ$ il lavoro è positivo
- se $\theta > 90^\circ$ il lavoro è negativo
- se $\theta = 90^\circ$ il lavoro è nullo

Che succede se su un corpo agisce più di una forza?

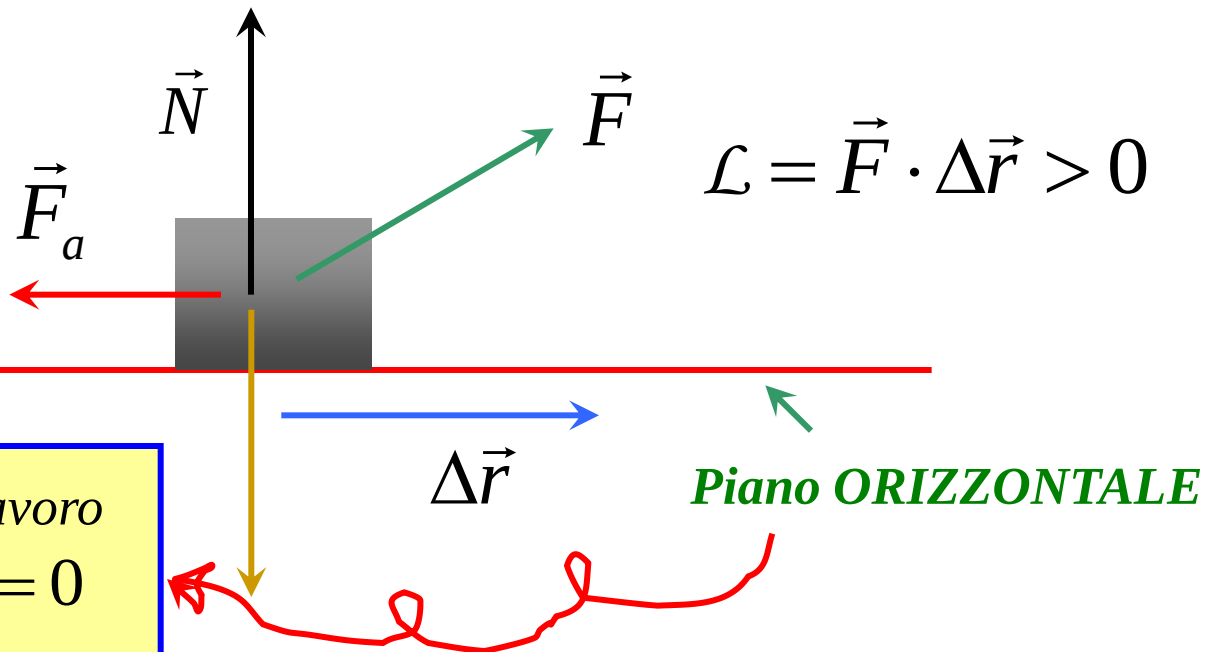
Possiamo calcolarci il lavoro di ciascuna di esse separatamente

*la reazione
normale non fa lavoro*
 $\mathcal{L}_N = \vec{N} \cdot \Delta\vec{r} = 0$

*il lavoro delle forze di
attrito è sempre negativo*

$$\mathcal{L}_{\text{attr}} = \vec{F}_a \cdot \Delta\vec{r} < 0$$

il peso non fa lavoro
 $\mathcal{L}_p = m\vec{g} \cdot \Delta\vec{r} = 0$

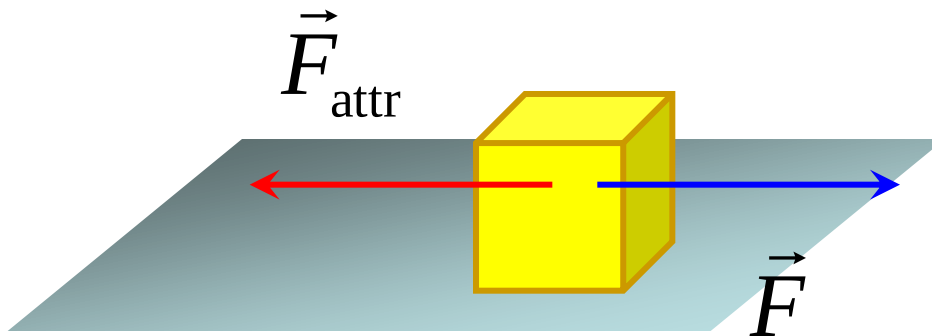


oppure ci può interessare solo il lavoro totale
ossia la somma di tutti i lavori delle varie forze

$$\mathcal{L}_{\text{tot}} = \sum \mathcal{L}_k = \left(\sum \vec{F}_k \right) \cdot \Delta \vec{r} = \vec{F}_{\text{tot}} \cdot \Delta \vec{r}$$

il lavoro totale è il lavoro fatto dalla risultante di tutte
le forze

Blocco tirato a velocità costante $\Rightarrow \vec{F}_{\text{tot}} = 0$



$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{tot}} &= 0 \\ \mathcal{L}_{\text{attr}} &= -\mathcal{L} \end{aligned}$$

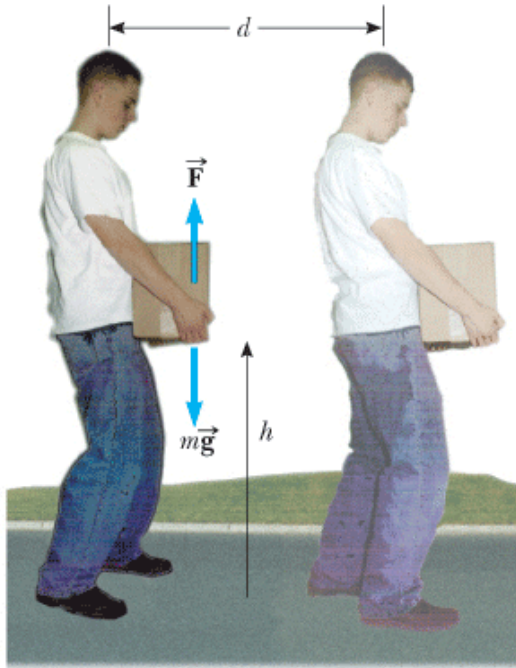


FIGURA 6.4 (Fisica Ragionata 6.1)

Una persona solleva una scatola pesante di massa m a un'altezza h e poi cammina orizzontalmente a velocità costante per una distanza d .

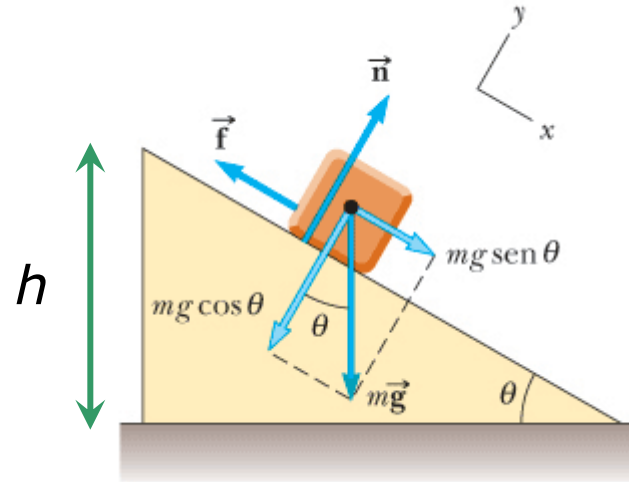
Sollevare la scatola

- l'uomo fa un lavoro $\mathcal{L}_F = Fh$
- la forza peso fa un lavoro $\mathcal{L}_{\text{peso}} = -mgh$

Spostare la scatola

- le forze sono normali allo spostamento
- né l'uomo né la forza peso fanno lavoro

Piano inclinato



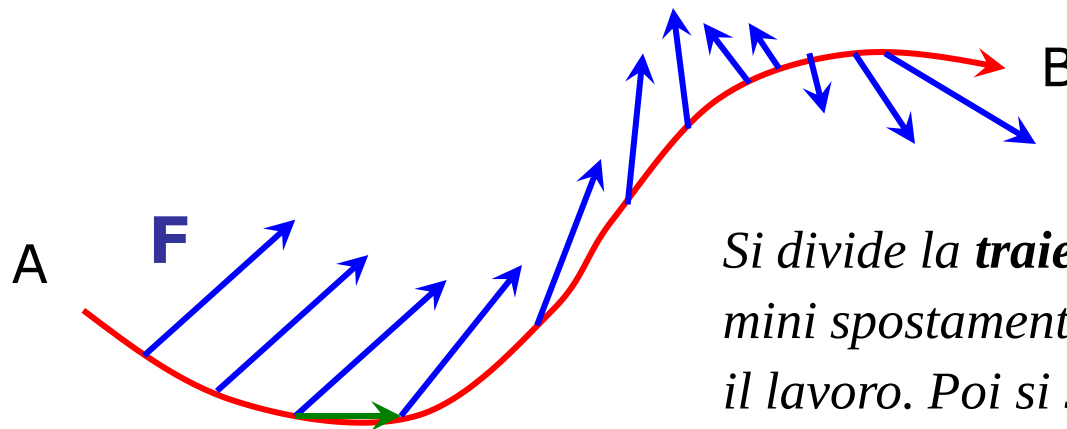
$$\mathcal{L}_{\text{Peso}}(\text{su, giù}) = mg \sin \theta L = mgh$$

$$F_a = -\mu_d mg \cos \theta$$

$$\mathcal{L}_{\text{attrito}}(\text{su, giù}) = -\mu_d mg \cos \theta L = -\mu_d mgh \cot \theta$$

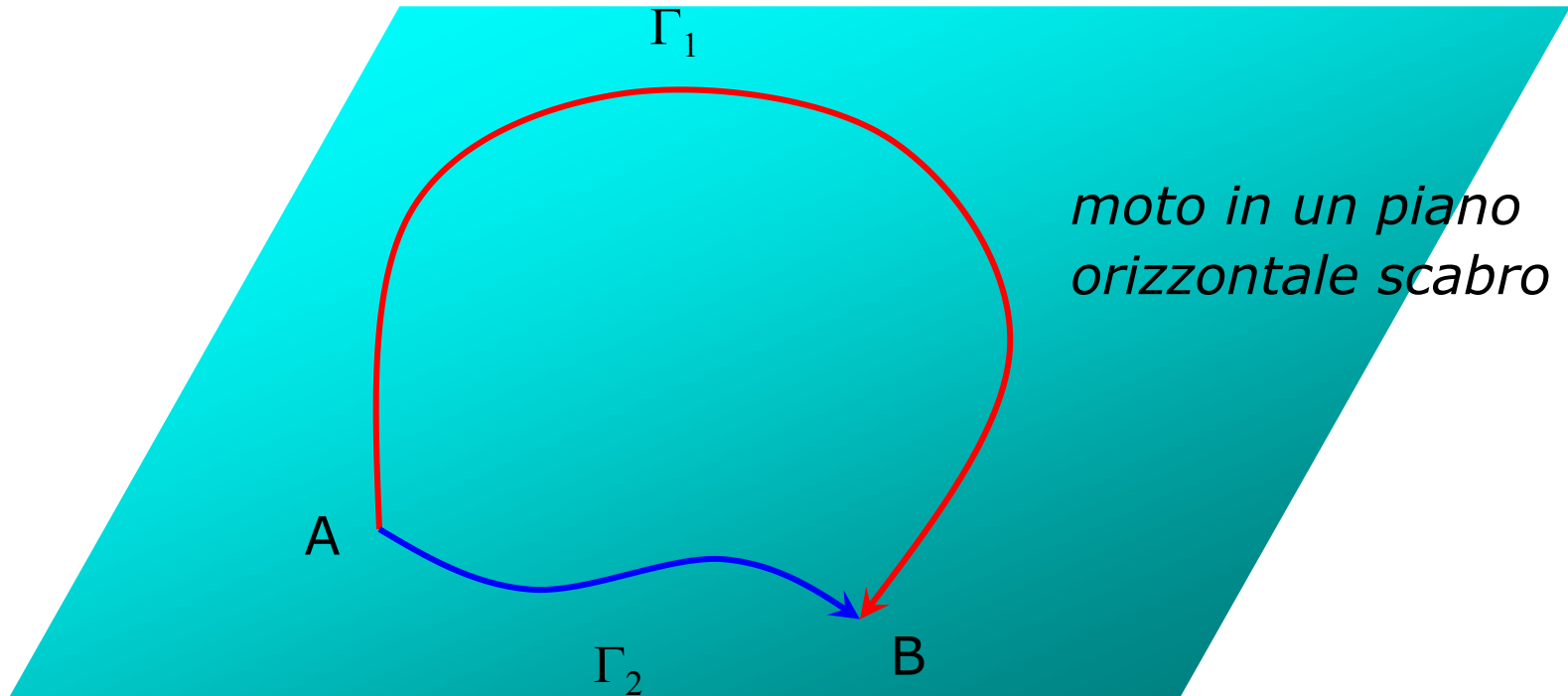
Nel caso generale di forza non costante e di spostamento non rettilineo il lavoro si ottiene come somma algebrica di tanti lavori infinitesimi

$$\mathcal{L}(A, B) = \sum \vec{F}_k \cdot \Delta \vec{r}_k \rightarrow \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \leftarrow \text{integrale curvilineo}$$



Si divide la **traiettoria** da A a B in tanti mini spostamenti e per ciascuno si calcola il lavoro. Poi si somma tutto

E' logico aspettarsi che in genere il lavoro dipenderà dalla traiettoria (percorso) fra A e B.

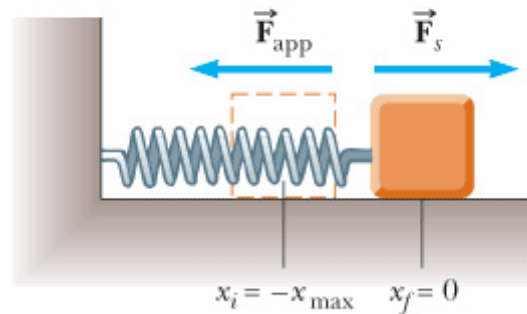


Il lavoro $\mathcal{L}(A,B)$ di una forza d'attrito costante in modulo come vi aspettate che sia lungo le due traiettorie Γ_1 Γ_2 ?

In una dimensione l'integrale curvilineo diventa un integrale normale

$$\mathcal{L}(A, B) = \int_{x_A}^{x_B} F dx$$

Possiamo calcolarci facilmente il lavoro che fa la forza elastica quando una molla viene compressa o tirata



$$\mathcal{L}(0, x) = \int_0^x F dx = -k \int_0^x x dx = -\frac{1}{2} kx^2$$

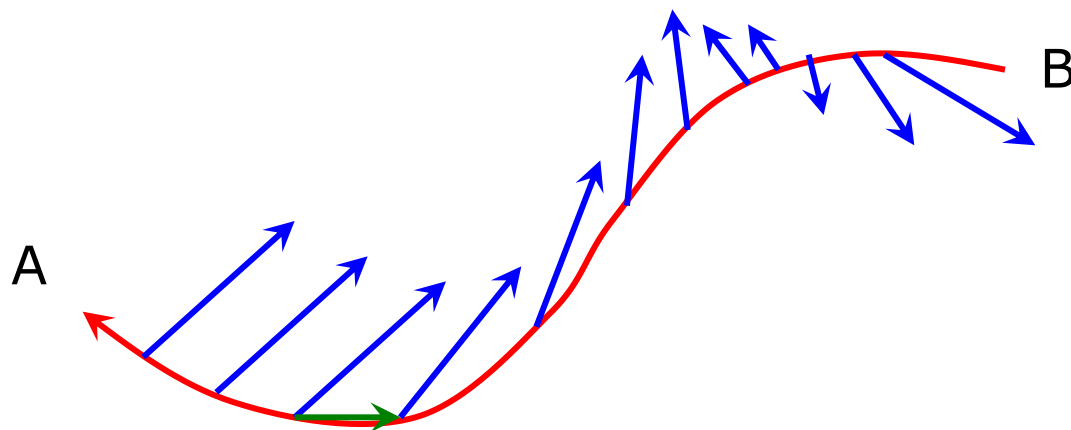
Perché questo lavoro è negativo?

Perché la forza della molla è contraria allo spostamento di compressione o di stiramento per cui il lavoro $Fdx < 0$

Forze dipendenti dalla posizione o posizionali

La forza è una funzione del punto nello spazio

$$\vec{F} = \vec{F}(x, y, z)$$

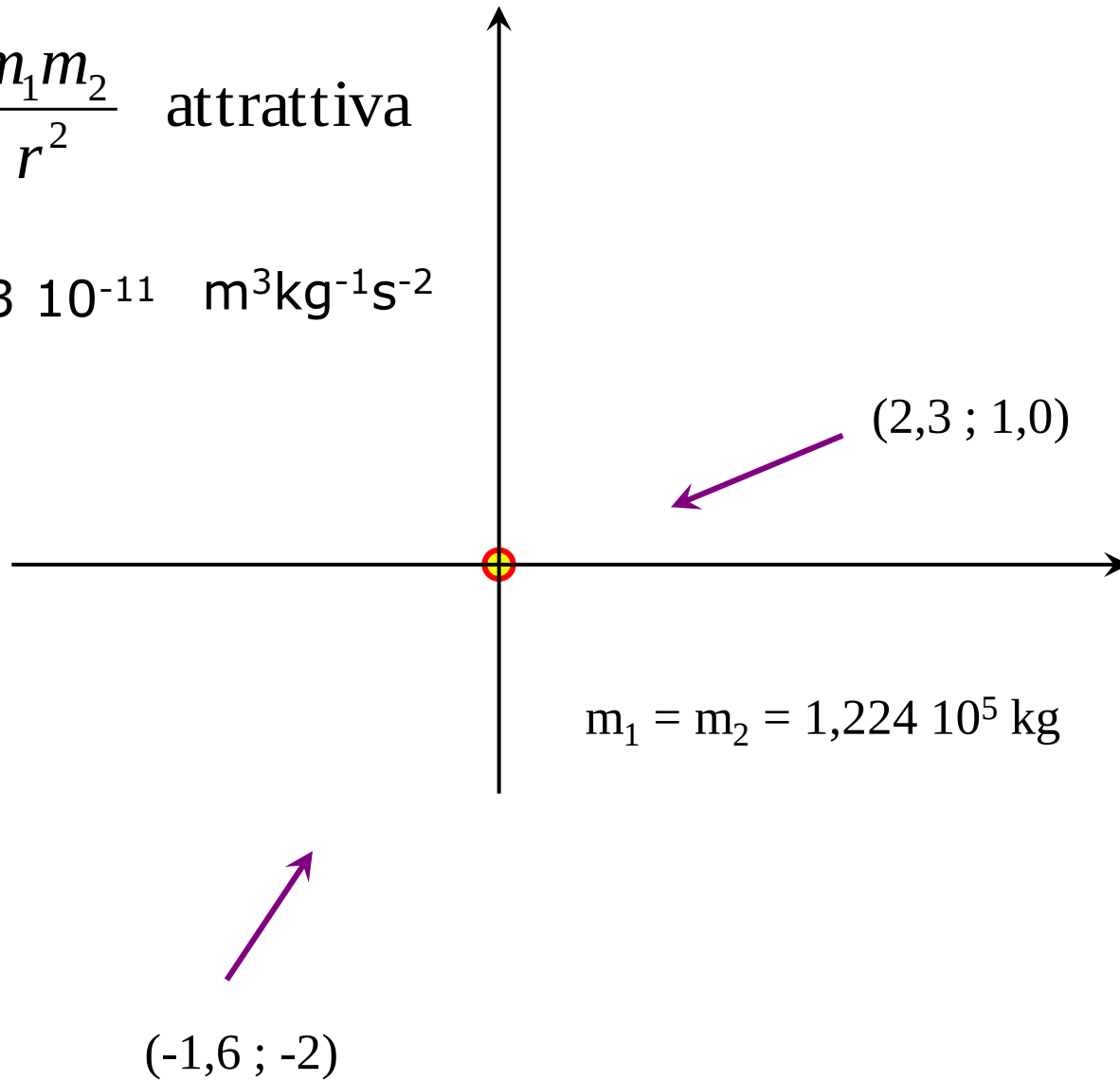


Per queste forze il lavoro cambia segno se si percorre la stessa traiettoria in senso inverso

$$\mathcal{L}_T(A, B) = -\mathcal{L}_T(B, A)$$

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{attrattiva}$$

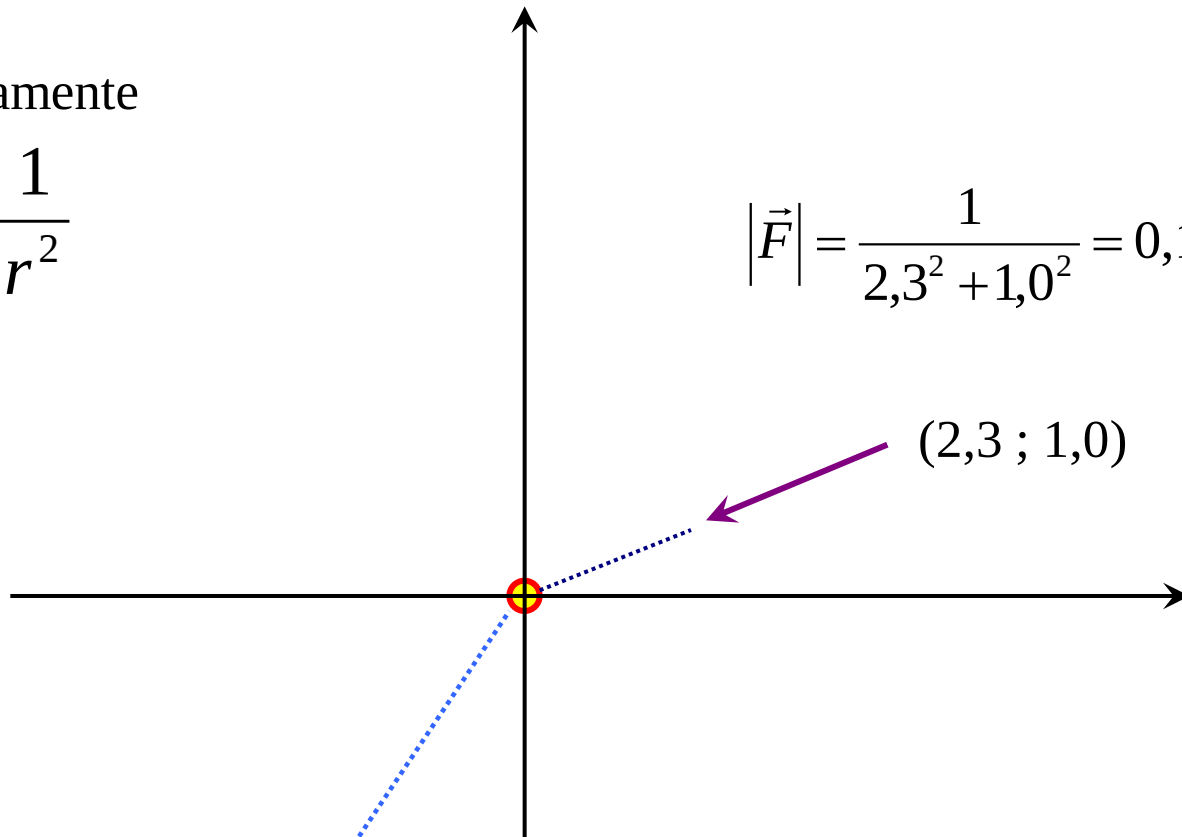
$$G = 6,673 \cdot 10^{-11} \quad \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$$



numericamente

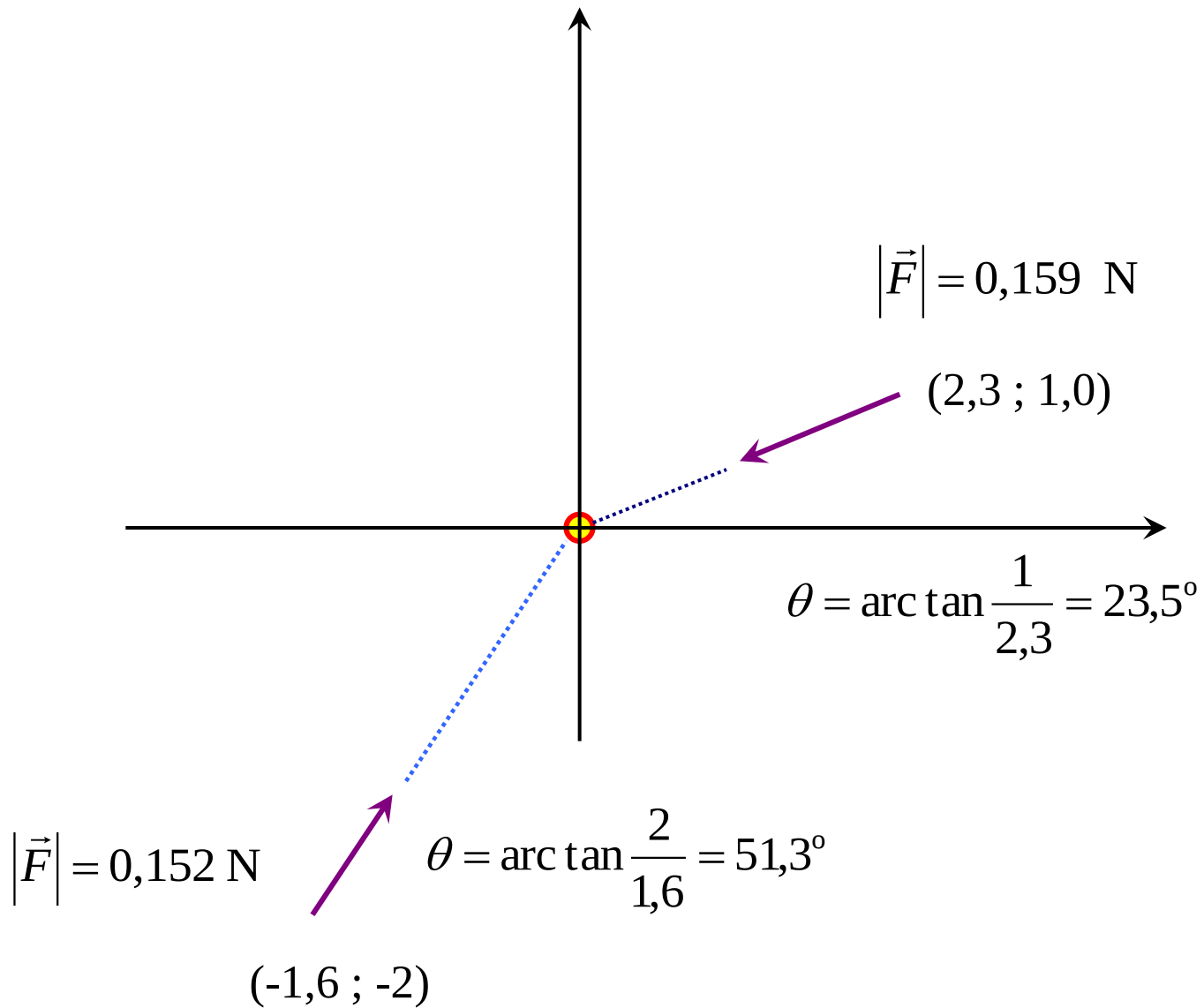
$$|\vec{F}| = \frac{1}{r^2}$$

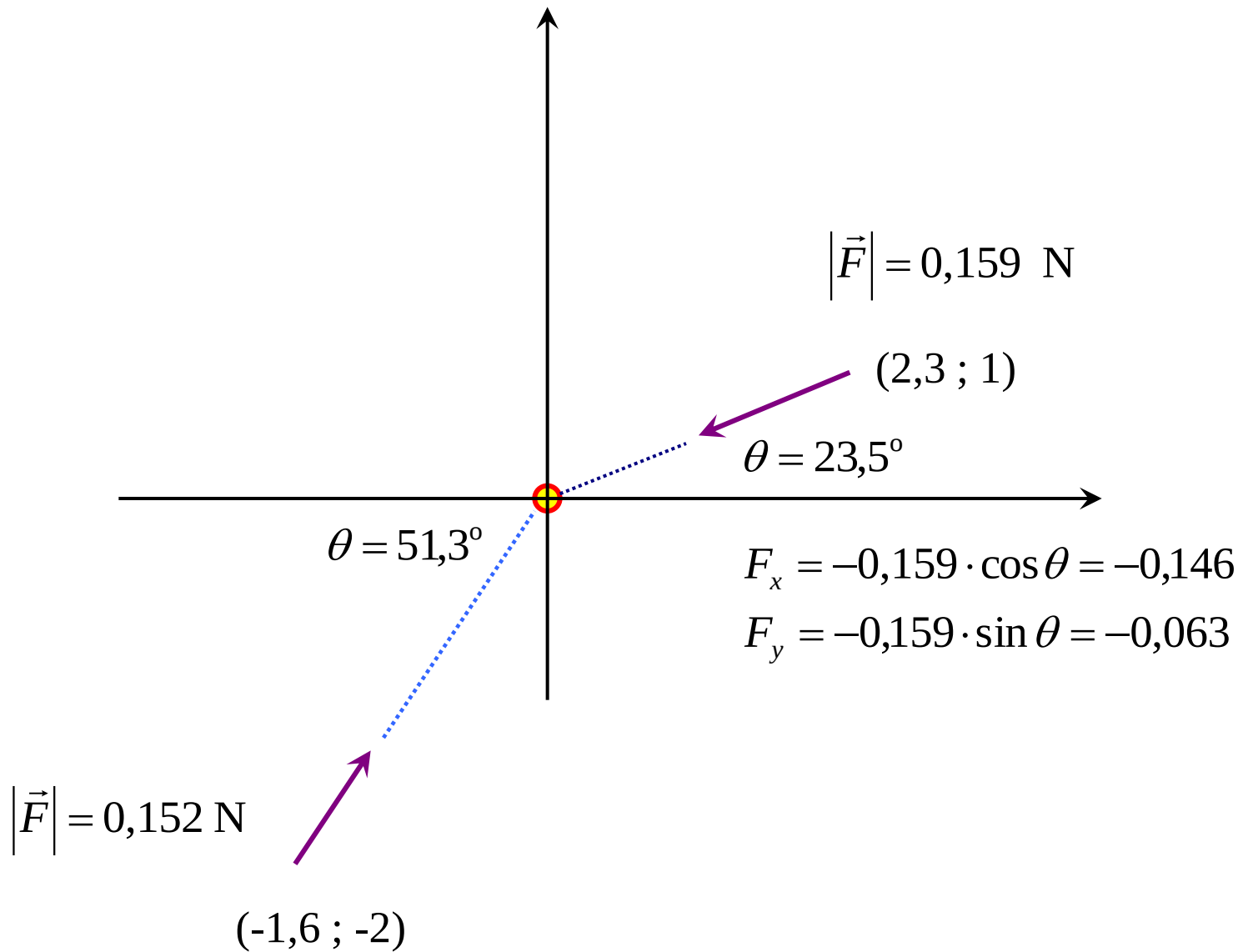
$$|\vec{F}| = \frac{1}{2,3^2 + 1,0^2} = 0,159$$



$$|\vec{F}| = \frac{1}{1,6^2 + 2^2} = 0,152$$

$(-1,6 ; -2)$





Forze posizionali

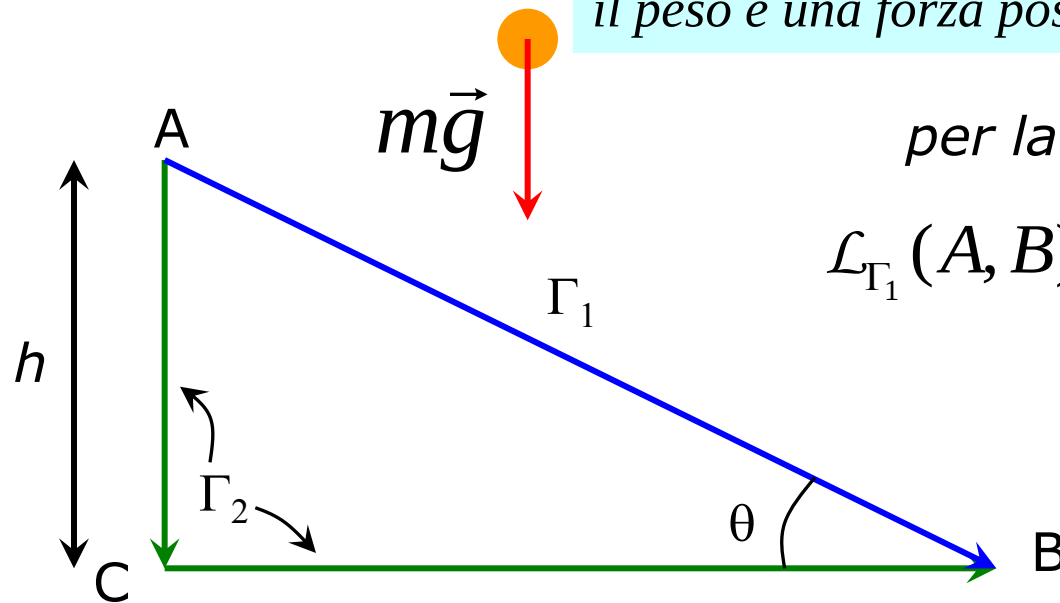
- tutte le forze costanti
- forza gravitazionale → forza peso
- forza elettrostatica
- forza elastica $\vec{F} = -k\vec{x}$
- forza (apparente) centrifuga $\vec{F} = \omega^2\vec{r}$

Forze non posizionali

- attrito
- forze dipendenti dalla velocità

Per certe forze posizionali accade che il percorso non ha importanza nel calcolo del lavoro

il peso è una forza posizionale



per la via più breve

$$\mathcal{L}_{\Gamma_1}(A, B) = mg \overline{AB} \sin \theta = mgh$$

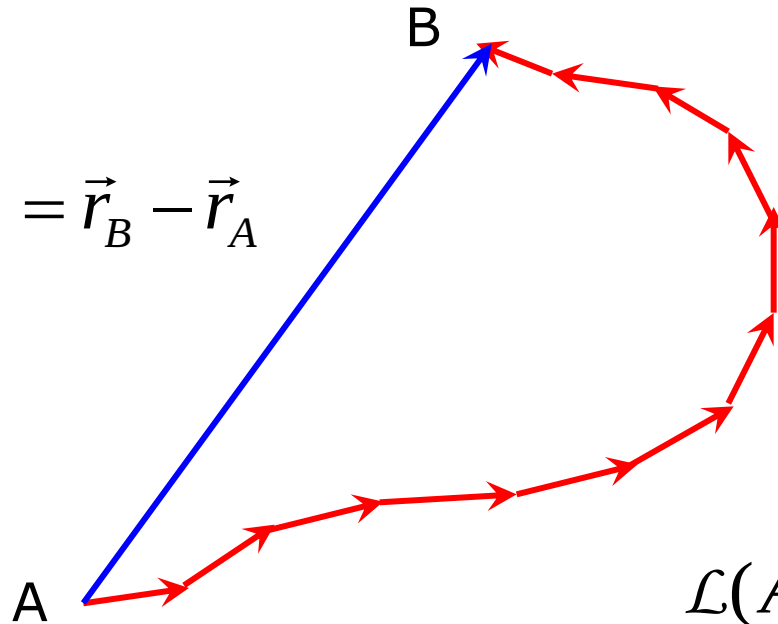
per la via più lunga

$$\mathcal{L}_{\Gamma_2}(A, B) = \mathcal{L}(A, C) + \mathcal{L}(C, B) = mgh$$

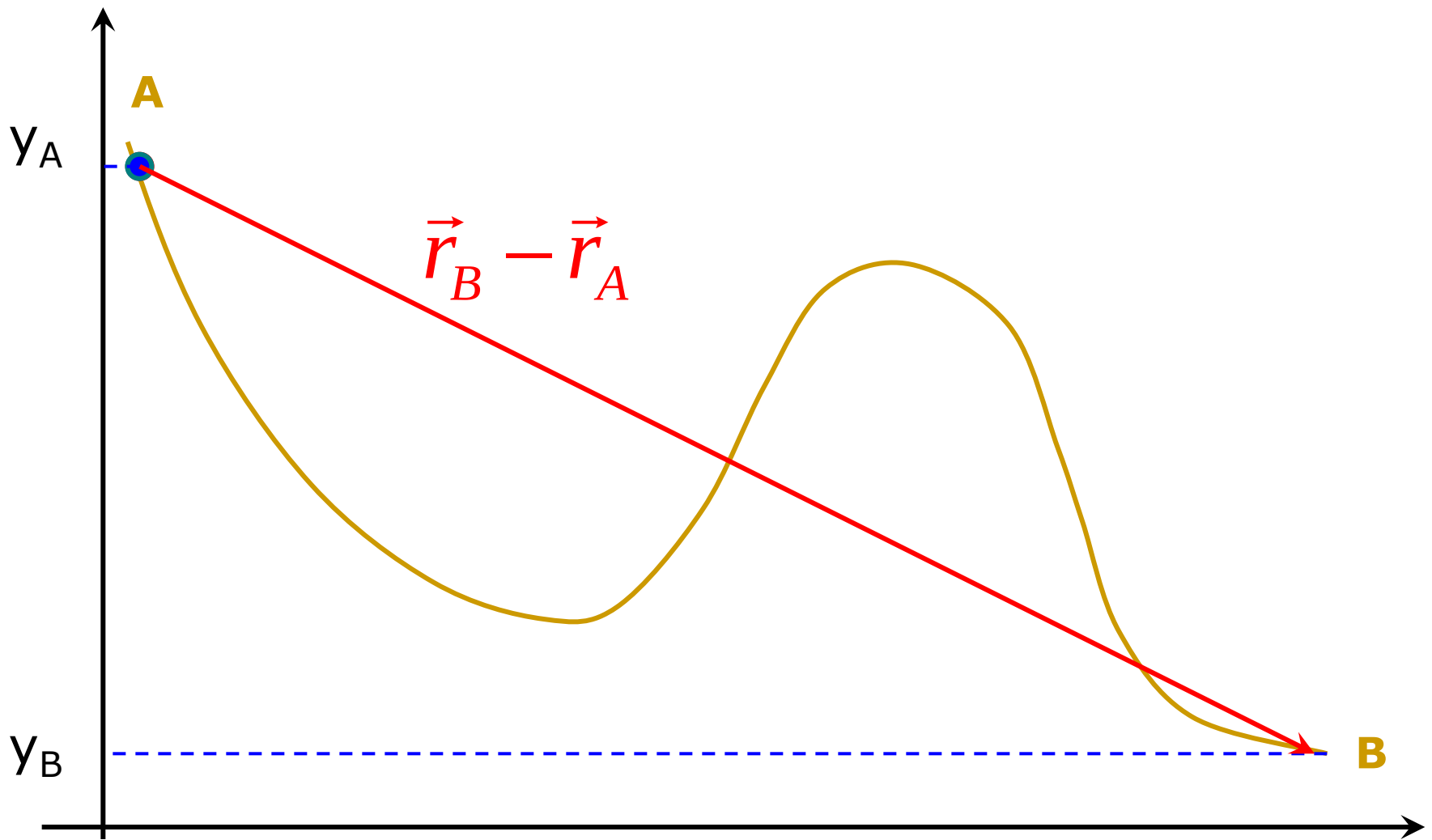
Per le forze costanti come il peso questo si dimostra subito per un qualunque percorso

$$\mathcal{L}(A, B) = \sum \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}_k = \vec{F} \cdot \sum \Delta \vec{r}_k$$

$$\sum \Delta \vec{r}_k = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$



$$\mathcal{L}(A, B) = \vec{F} \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_A)$$



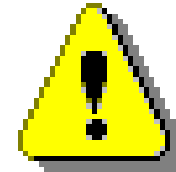
$$\mathcal{L}(A, B) = m\vec{g} \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_A) = -mg(y_B - y_A) = mgh$$



$$\mathcal{L}(A, B) = m\vec{g} \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_A) = -mg(y_B - y_A) = 0$$

Ci sono altre forze **posizionali** che, pur non essendo costanti, danno un lavoro che non dipende dal percorso.

Si chiamano **FORZE CONSERVATIVE**



Vedremo fra poco il motivo per l'aggettivo **conservative**

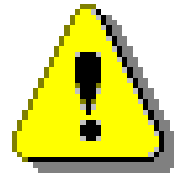
Valgono quindi le stesse proprietà viste ora per le forze costanti

Definizioni equivalenti per la forza conservativa

→ Il lavoro non dipende dal percorso

oppure

→ il lavoro su un qualunque percorso chiuso è zero

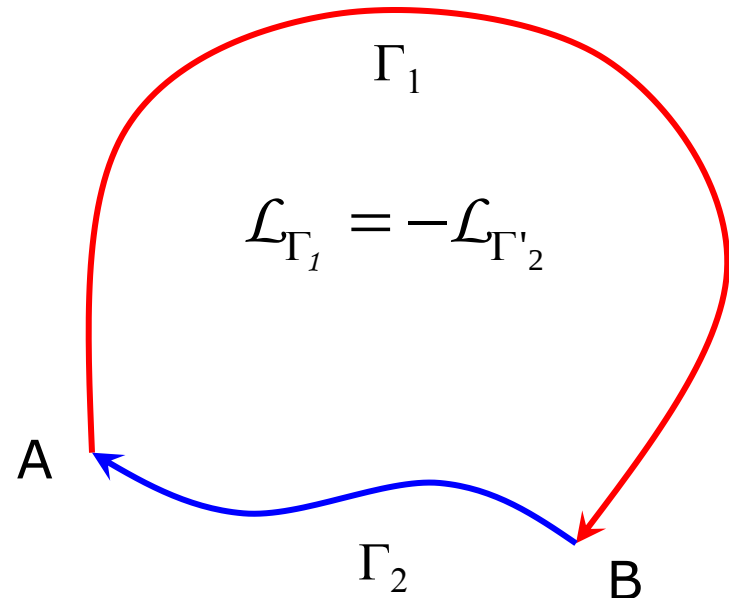


Equivalenza delle definizioni

❶ Il lavoro da A a B per definizione è lo stesso lungo i due percorsi

$$\mathcal{L}_{\Gamma_1} = \mathcal{L}_{\Gamma_2}$$

❷ Se percorro Γ_2 all'indietro il lavoro cambia segno



❸ Quindi sul percorso chiuso

$$\Gamma_1 + \Gamma'_2 \quad \mathcal{L} = 0$$

$$\mathcal{L}_{\text{tot}} = \mathcal{L}_{\Gamma_1} + \mathcal{L}_{\Gamma'_2} = 0$$



Il teorema delle forze vive

In un caso particolare lo conoscete già.....

Partiamo dal lavoro **totale** fatto dalle forze su un PM

→ *E' indispensabile considerare il lavoro **totale** dato che questo è il lavoro fatto dalla risultante di tutte le forze che è proprio quella che determina il moto del PM*

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = m\vec{a} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

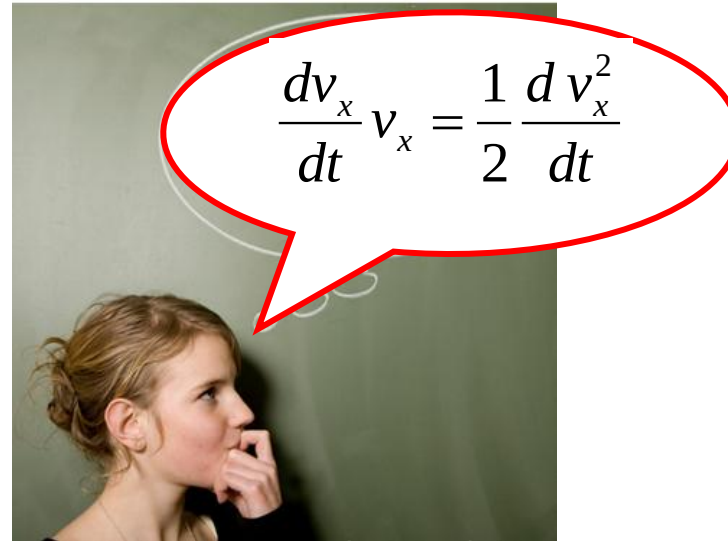
abbiamo sostituito
F con ***ma***

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v}$$



$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = m \left(\frac{dv_x}{dt} v_x + \frac{dv_y}{dt} v_y + \frac{dv_z}{dt} v_z \right)$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = m \left(\frac{dv_x}{dt} v_x + \frac{dv_y}{dt} v_y + \frac{dv_z}{dt} v_z \right)$$



$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = \frac{1}{2} m \left(\frac{d v_x^2}{dt} + \frac{d v_y^2}{dt} + \frac{d v_z^2}{dt} \right) = \frac{1}{2} m \frac{d v^2}{dt}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = \frac{1}{2}m\left(\frac{dv_x^2}{dt} + \frac{dv_y^2}{dt} + \frac{dv_z^2}{dt}\right) = \frac{d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}{dt}$$

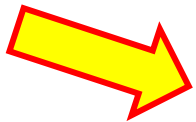
$$d\mathcal{L} = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

Abbiamo ottenuto un'equaglianza fra due differenziali

$$dx = dy \quad \Rightarrow \quad \int_{xa}^{xb} dx = \int_{ya}^{yb} dy$$



$$\Rightarrow \quad x_b - x_a = y_b - y_a$$



$$\mathcal{L}(A, B) = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

**Teorema delle
forze
vive**

Energia cinetica

$T = \frac{1}{2}mv^2$ prende il nome di energia cinetica

Il teorema delle forze vive ci dice che il lavoro si trasforma in energia cinetica e viceversa. Le unità di misura sono le stesse.

La variazione di energia cinetica di un punto materiale è uguale al lavoro totale delle forze che agiscono su di esso, calcolato sulla traiettoria effettivamente percorsa

Se il lavoro fatto dalle forze è positivo l'energia cinetica aumenta

se è negativo diminuisce



Il lavoro dell'attrito è sempre negativo

quindi comporta sempre una diminuzione di energia cinetica

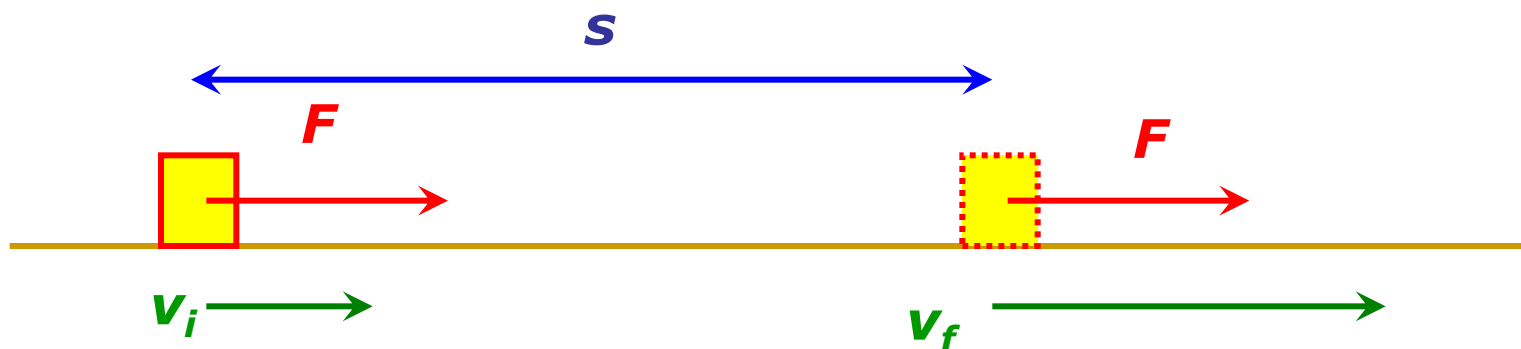
Siccome questa non può mai essere negativa il suo minimo è zero

→ un corpo soggetto solo ad attrito deve per forza fermarsi

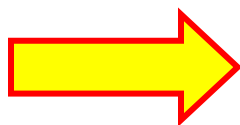
Abbiamo detto che lo conoscevano già



Forza costante in una dimensione



$$\mathcal{L}(i, f) = Fs = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$



$$2as = v_f^2 - v_i^2$$



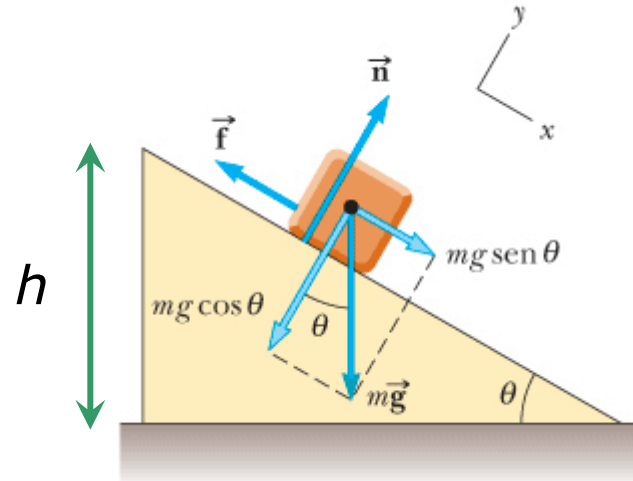
Il teorema delle forze vive ha validità generale e funziona per qualsiasi forza:

- forze posizionali e non posizionali
- forze costanti e non costanti
- forze conservative e non
- forze d'attrito



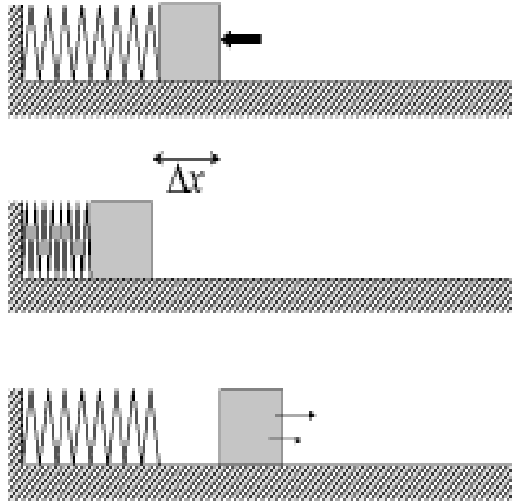
Non ci dice nulla sul segno della velocità e su come questa evolve nel tempo

Piano inclinato con attrito



$$\mathcal{L}_{\text{tot}}(\text{su}, \text{giù}) = mgh(1 - \mu_d \cot \theta) = \frac{1}{2} m(v_{\text{giù}}^2 - v_{\text{su}}^2)$$

Forza elastica



La molla viene
compressa di Δx

$-\frac{1}{2}k\Delta x^2$ è il lavoro fatto dalla
forza elastica in compressione

$\frac{1}{2}k\Delta x^2$ è il lavoro fatto dalla
forza elastica in distensione

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \Delta x \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Altro esempio con forza elastica

massa m lasciata cadere da ferma su una molla ideale di lunghezza naturale nulla e costante elastica k

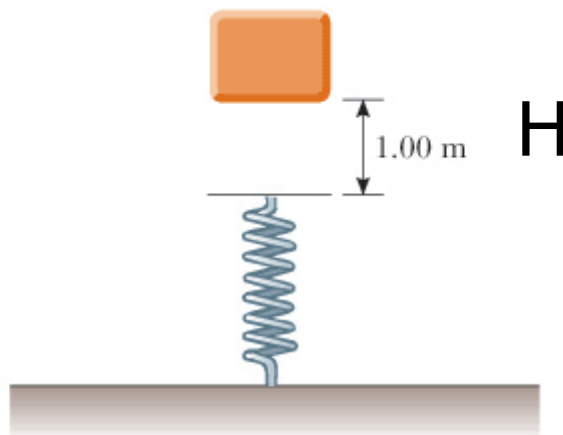
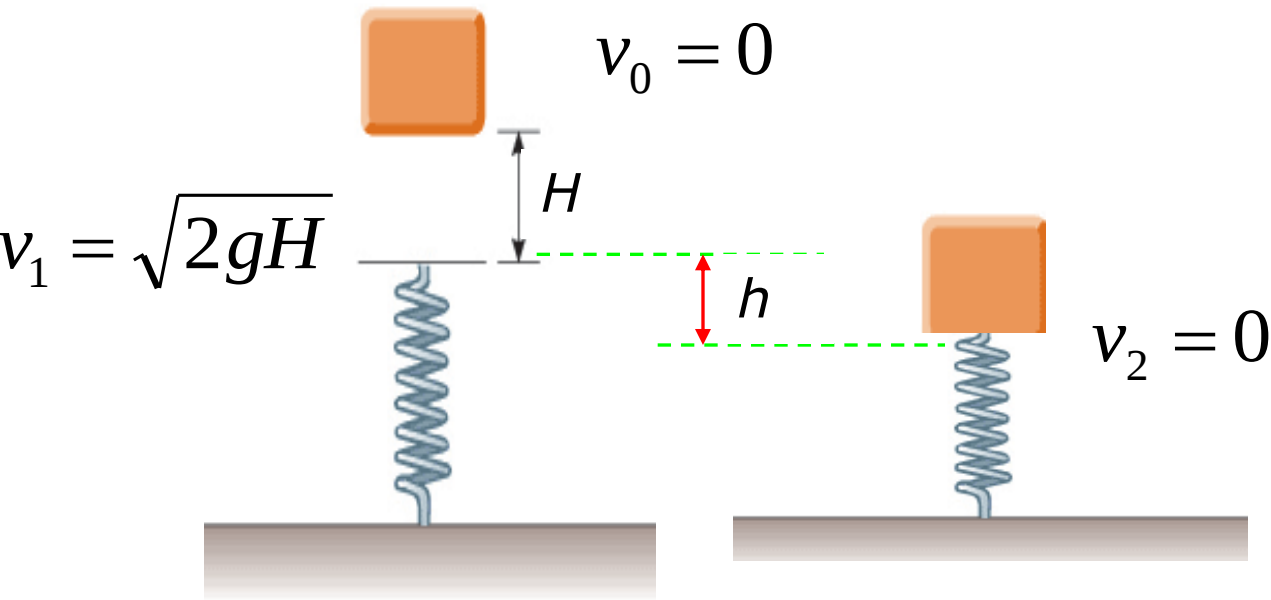


FIGURA 6.13

(Esempio 6.5) Un blocco è lasciato cadere su una molla verticale provocando la compressione della molla.

applichiamo il teorema 2 volte



$$mgH = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$mgh - \frac{1}{2}kh^2 = -\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$mg(h + H) = \frac{1}{2}kh^2$$

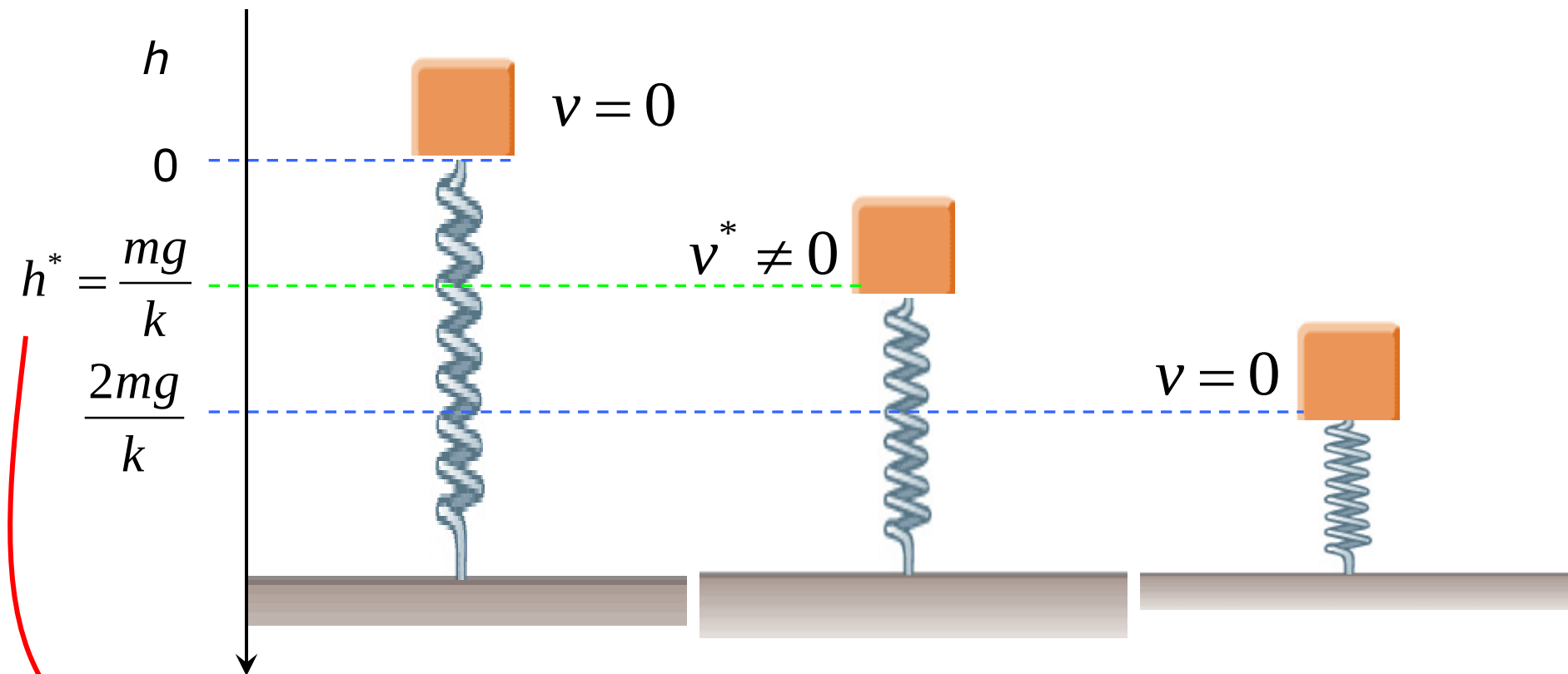
di qui possiamo trovare la compressione della molla

Se $H=0$ il peso è semplicemente appoggiato sulla molla e lasciato andare

 $mgh = \frac{1}{2}kh^2 \quad h = \frac{2mg}{k} \text{ o } h = 0$

→ 2 soluzioni possibili

Notare che l'equilibrio richiede invece $\Rightarrow h^* = \frac{mg}{k}$

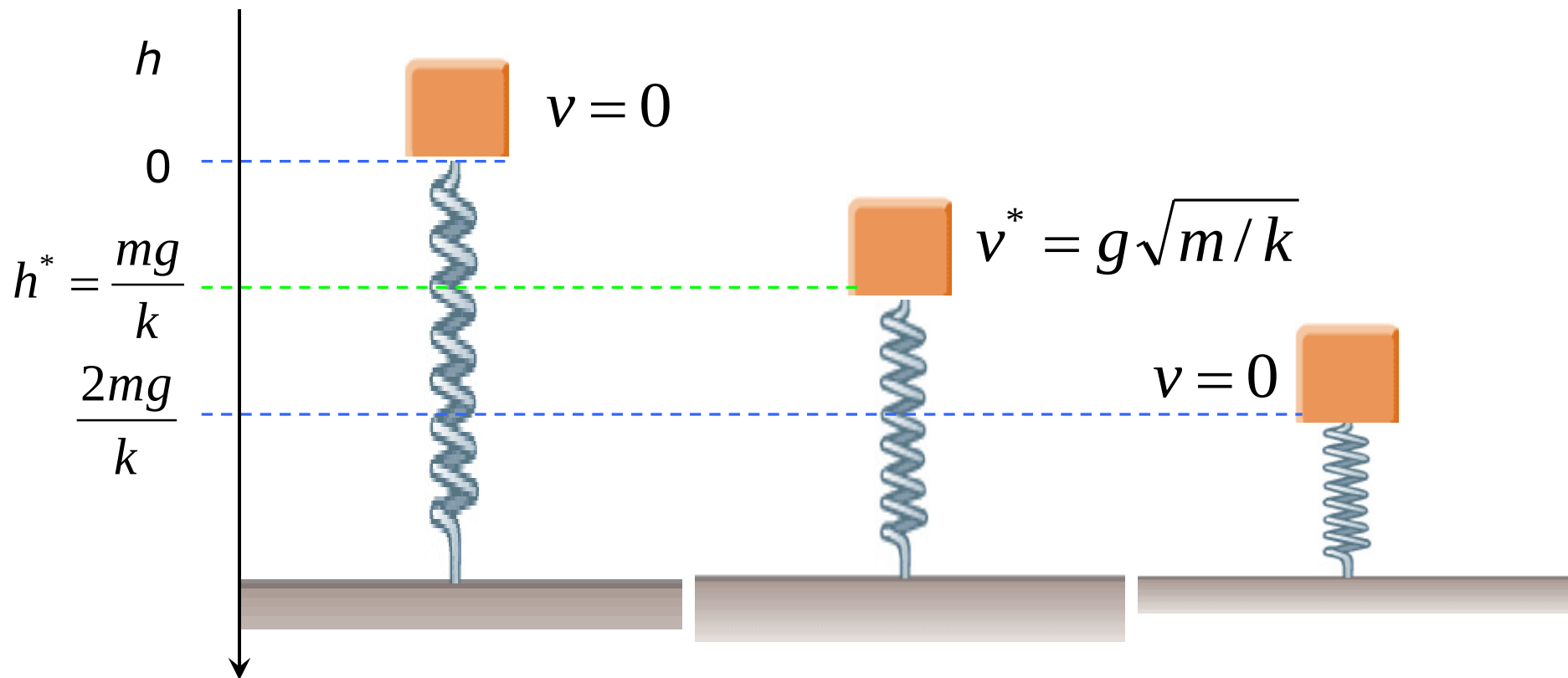


sostituendo

$$mgh^* - \frac{1}{2}kh^{*2} = \frac{1}{2}mv^{*2}$$

$$\frac{m^2g^2}{2k} = \frac{mv^{*2}}{2}$$

$$v^* = g\sqrt{\frac{m}{k}}$$



$$A = mg/k$$

