

FISICA GENERALE I

Docente: Prof. G. Carboni
giovanni.carboni@cern.ch

Esercitatore: Dott. R. Petrillo
roberto.petrillo@roma2.infn.it

Anno Accademico 2012 - 2013

Queste lezioni sono scaricabili in formato pdf
dalla pagina

<http://people.roma2.infn.it/carboni>

UTENTE: fis1_studenti
PW: disp_fis1

→ *Necessario Adobe Reader*

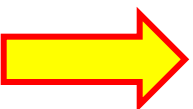
Trovare la forza dal potenziale I

In una dimensione è semplicissimo:

➔ applicando la definizione di U



$$U(x) = \int_x^{x_0} F(x) dx$$

 $\frac{dU(x)}{dx} = -F(x)$ *attenzione al meno!*

Esempio

$$\text{se } U = \frac{1}{2} kx^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dU}{dx} = -kx = F_{\text{elastica}}$$

Trovare la forza dal potenziale II

forza peso



$$U(y) = mgy$$



$$\frac{dU(y)}{dy} = mg = -F$$

NB: *dato che $U=mgy$ l'asse y è orientato verso l'alto e la forza peso viene giustamente orientata verso il basso*

Trovare la forza dal potenziale III

Nello spazio è più complicato:

➔ diamo solo il risultato

$$\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial x} = -F_x$$

$$\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial y} = -F_y$$

$$\frac{\partial U(x, y, z)}{\partial z} = -F_z$$

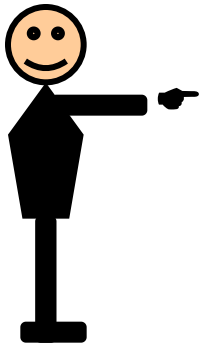
***derivate parziali:**
si deriva rispetto a x
tenendo y e z costanti
ecc*

L'insieme delle 3 derivate si chiama **gradiente del potenziale**

➔ Il gradiente crea un vettore da uno scalare

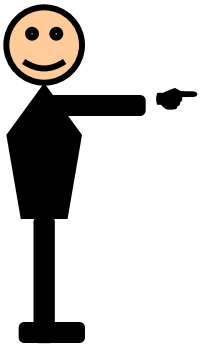
Come si usa in pratica la conservazione dell'energia?

- La conservazione dell'energia vale solo se **tutte** le forze in gioco sono **conservative**
 - peso
 - gravitazione
 - elastica
 - **mai per l'attrito**



Si raccomanda se possibile di utilizzare l'energia nella risoluzione dei problemi

Limitazioni del metodo della conservazione dell'energia



il tempo non entra nelle equazioni, per cui non è possibile ottenere una legge del moto

fornisce solo il modulo della velocità in funzione delle coordinate ma non la sua direzione né il verso

Vantaggi

si lavora solo su scalari e non su vettori

con più forze basta sommare i vari potenziali

si ignorano reazioni vincolari e tensioni di corde dato che non fanno lavoro e quindi non fanno variare l'energia

Ricordiamo

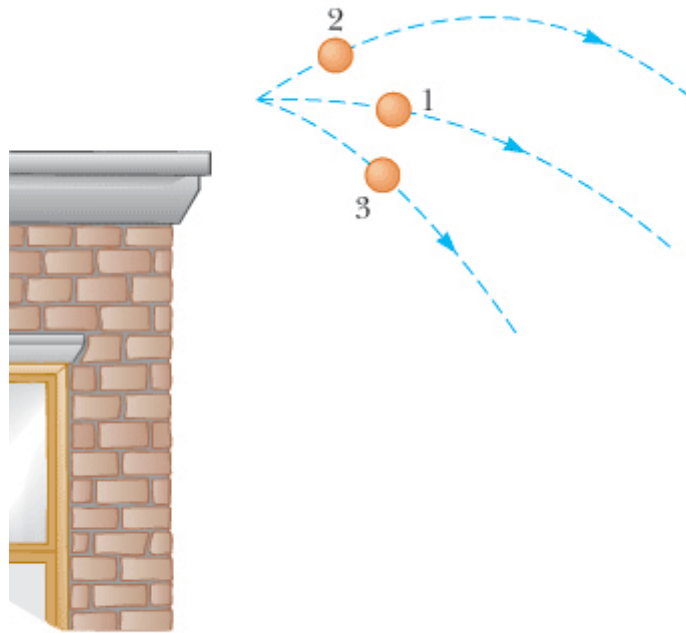
$$E = T + U = \text{cost}$$

$$0 = \Delta T + \Delta U \Rightarrow \Delta T = -\Delta U$$

Le variazioni di energia cinetica sono uguali a quelle di energia potenziale cambiate di segno

Esempi

Caduta di gravi e proiettili



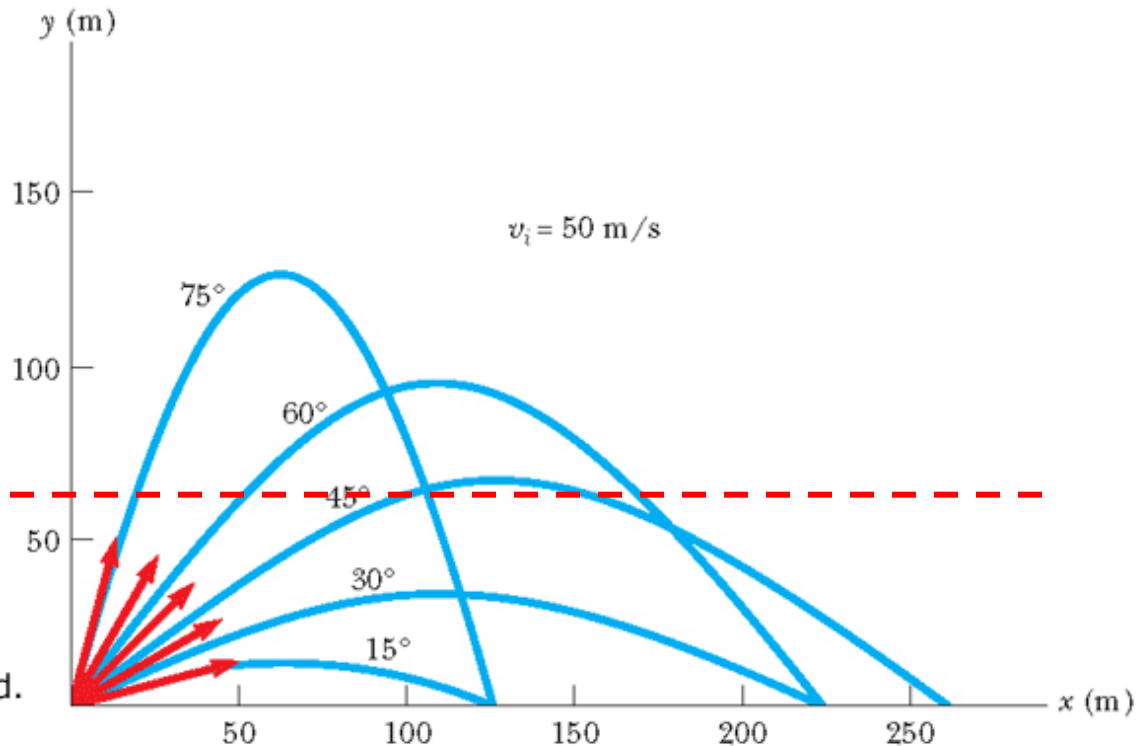
il modulo della velocità delle 3 palle dipende solo dall'altezza se sono lanciate con la stessa v_i (in modulo)

Un proiettile ha la stessa velocità (in modulo) alla stessa altezza

FIGURA 3.8 Un proiettile lanciato dall'origine con un modulo della velocità iniziale di 50 m/s a vari angoli di lancio. Si noti che per valori complementari di θ_i si otterrà lo stesso valore di R .



Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES



in particolare in questo caso v è la stessa alla partenza e all'arrivo che sono alla stessa quota

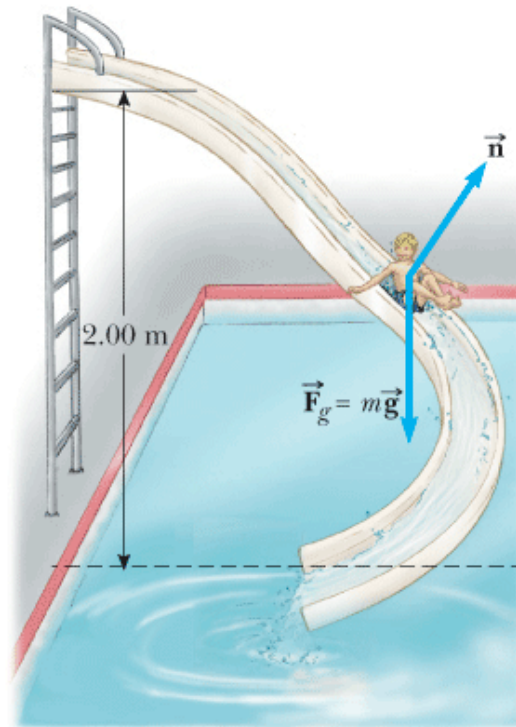
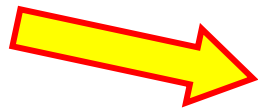
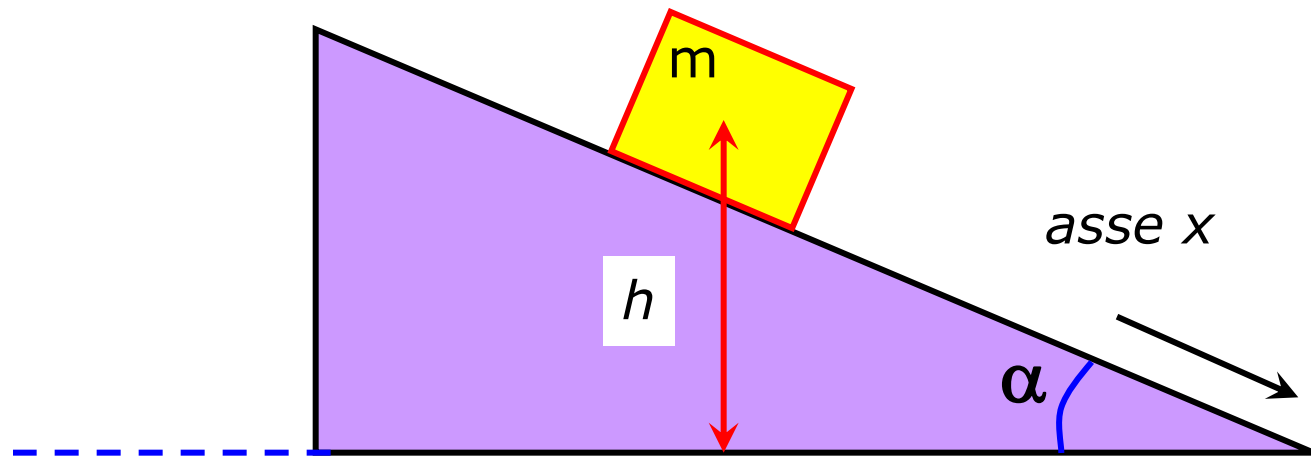


FIGURA 7.9

(Esempio 7.4) Se lo scivolo è senza attrito, la velocità del bambino in basso dipende soltanto dall'altezza dello scivolo.



Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
Edises



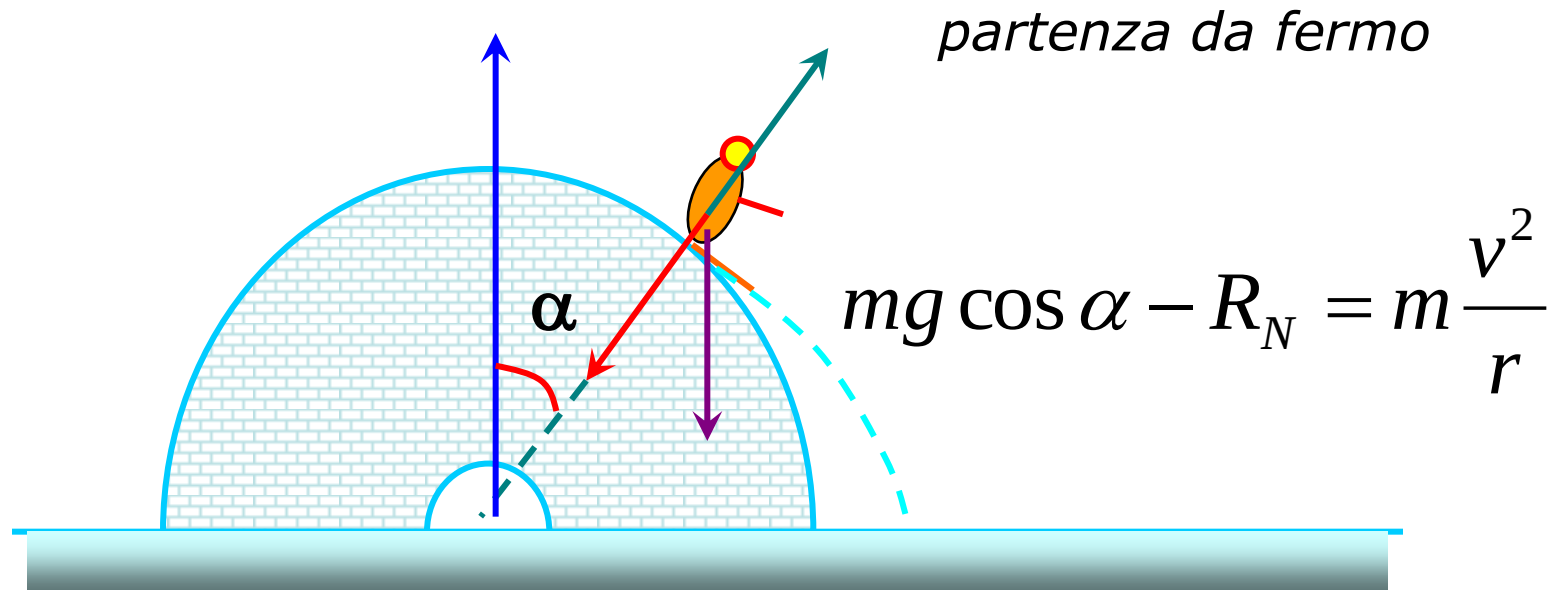
$$\Delta U = -mg \sin \alpha \Delta x$$

ci permette di trovare la forza sul blocco e quindi la sua accelerazione

$$F = -\frac{\Delta U}{\Delta x} = mg \sin \alpha$$

dal che deduciamo che il moto è unif. accelerato

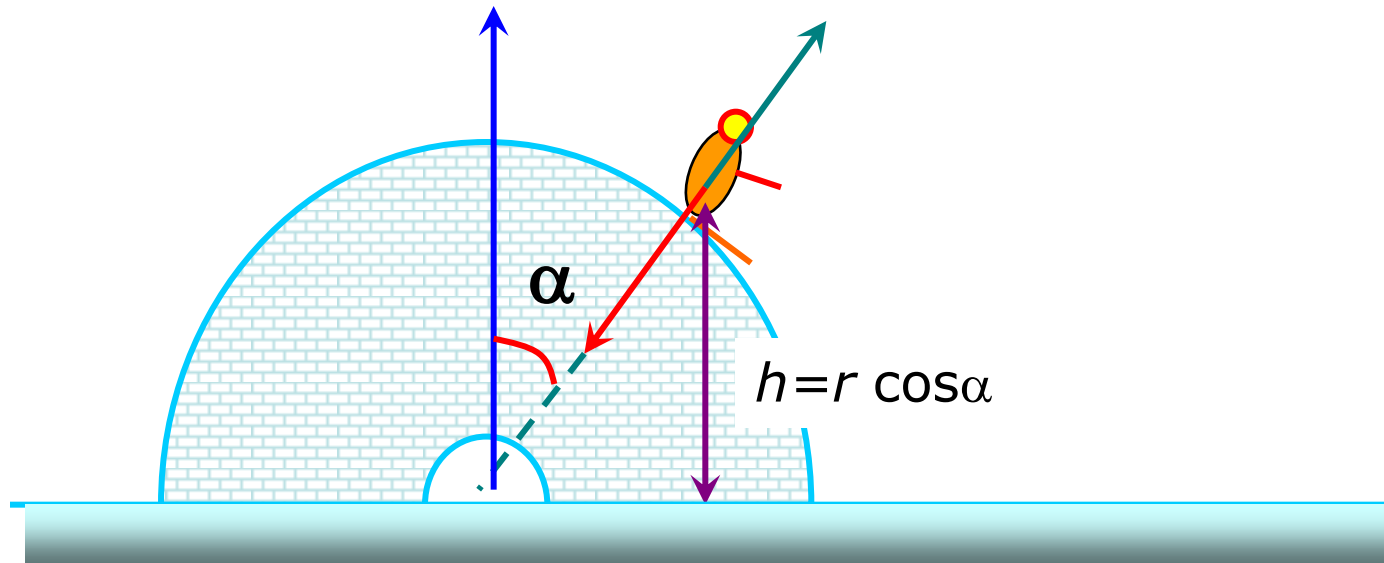
Eschimesino scivola su igloo (lezione 8)



$$R_N = mg \cos \alpha - m \frac{v^2}{r}$$

Quando $R_N = 0$ l'eschimesino si stacca

Eschimesino scivola su igloo



$$\frac{1}{2}mv^2 + mgr \cos \alpha = mgr \quad \text{conservazione dell'energia}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{r} = 2g(1 - \cos \alpha)$$

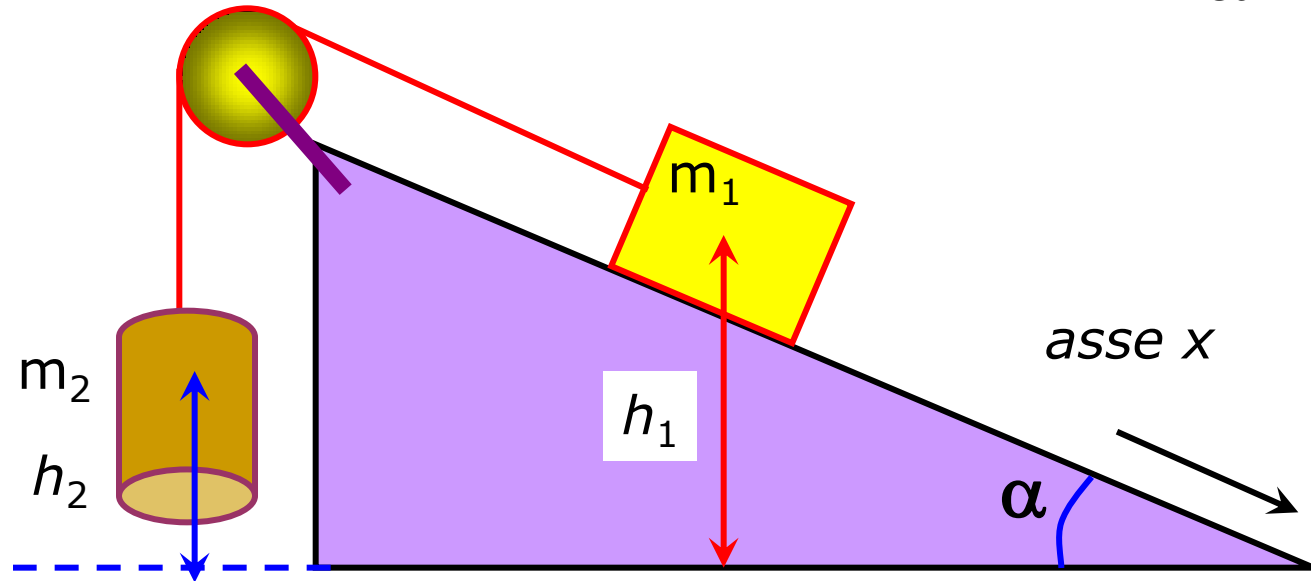
la domanda che ci eravamo posti alla Lezione 8 era:
dove/quando l'eschimesino si stacca dall'igloo?


$$R_N = mg \cos \alpha - m \frac{v^2}{r} = 0$$

$$g \cos \alpha - 2g(1 - \cos \alpha) = 0$$

$$3 \cos \alpha = 2 \Rightarrow \alpha = 48,19^\circ$$

Purtroppo non siamo in grado di predire il “quando”

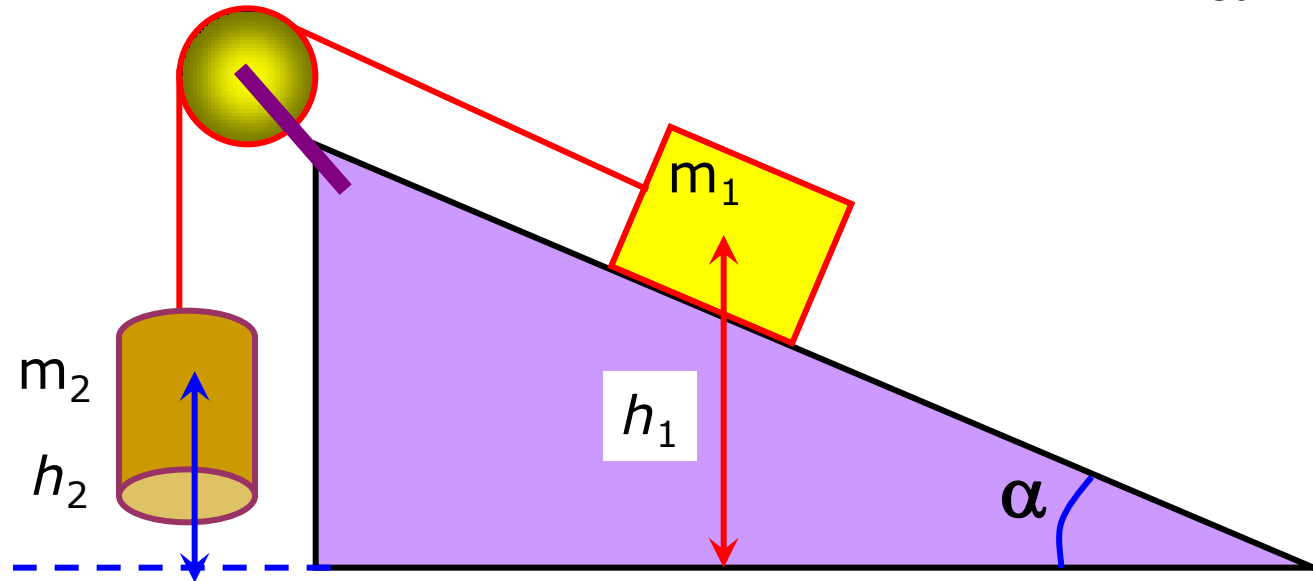


Calcoliamo U per m_1 e m_2 $U = m_1gh_1 + m_2gh_2$

 $\Delta h_1 = -\Delta x \sin \alpha \quad \Delta h_2 = \Delta x$

$$\Delta U = -m_1g \sin \alpha \Delta x + m_2g \Delta x = (m_2 - m_1 \sin \alpha)g \Delta x$$

Se $\Delta x > 0$: aumenta diminuisce



$$\Delta U = (m_2 - m_1 \sin \alpha) g \Delta x$$

$$\Delta T = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) (v_f^2 - v_i^2)$$

e troviamo facilmente la velocità finale se m_2 sale o scende di Δx

$$\Delta T = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) (v_f^2 - v_i^2) = -\Delta U = (m_1 \sin \alpha - m_2) g \Delta x$$

➔ per trovare l'accelerazione calcoliamo la forza

$$F = -\frac{\Delta U}{\Delta x} = (m_1 \sin \alpha - m_2)g$$

è
COSTANTE

*troviamo l'accelerazione
dividendo F per la massa totale*



$$a = g \frac{(m_1 \sin \alpha - m_2)}{m_1 + m_2}$$

vedi Lez. 8 p. 323

Velocità di fuga



quanto dev'essere V_0 per spedire il razzo sulla Luna?

La conservazione
dell'energia ci dice che

$$\begin{array}{cc} \text{partenza} & \text{arrivo} \end{array}$$
$$-\frac{GM_T m}{R_T} + \frac{1}{2} m V_0^2 = -\frac{GM_T m}{r} + \frac{1}{2} m v_f^2$$

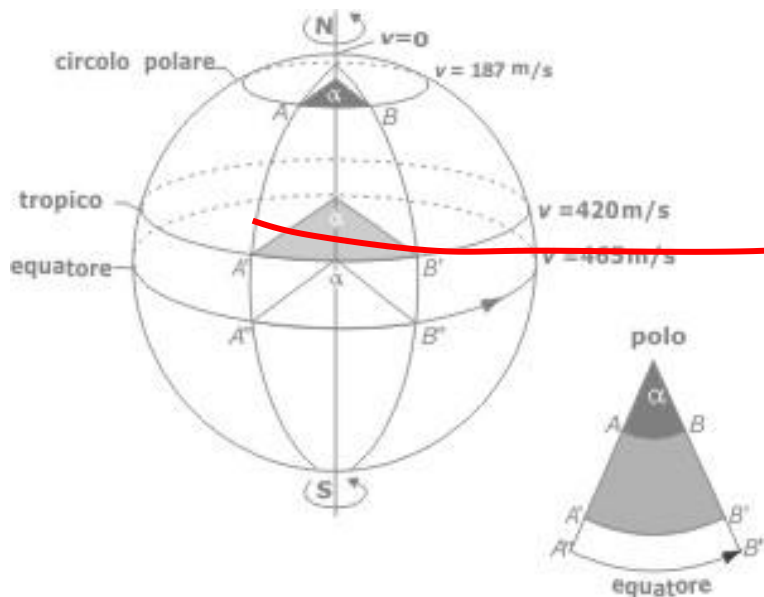
dove V_0 è la velocità iniziale di lancio da Terra.
A distanze $r \gg R_T$

$$V_0^2 = \frac{2GM_T}{R_T} + v_f^2$$

$$V_0^2 = \frac{2GM_T}{R_T} + v_f^2$$

La velocità minima di lancio si ottiene quando $v_f=0$.

$$V_0 = V_{\text{fuga}} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = 11,2 \text{ km/s}$$



Perché i lanci avvenivano verso est?

Se la Terra fosse piatta

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_f^2 = mg(r - R_T) + \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$V_0 = \sqrt{2g(r - R_T)} = 85,6 \text{ km/s}$$

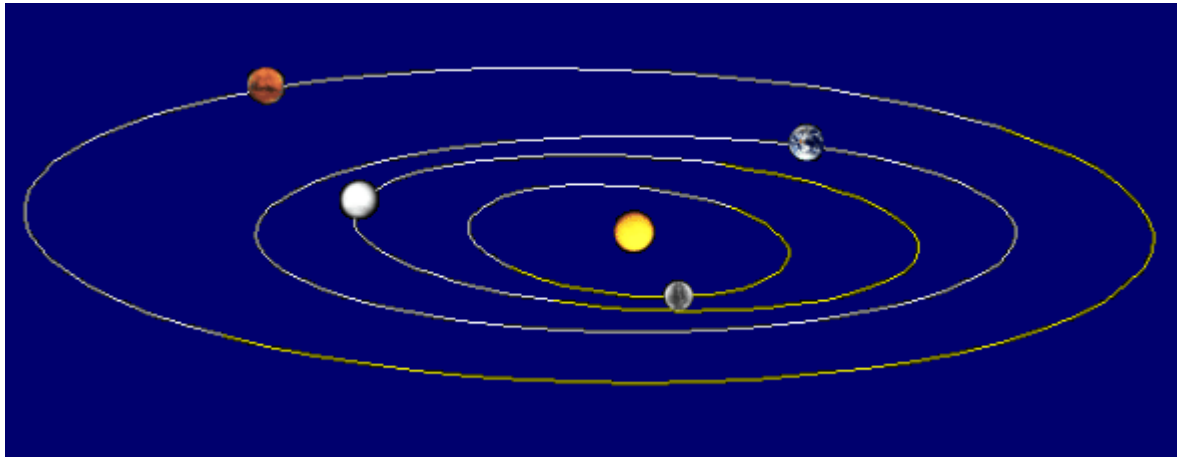
Velocità di fuga dalla superficie di vari corpi celesti

Corpo celeste	v_{fuga} (km/s)
Mercurio	4,3
Venere	10,3
Terra	11,2
Luna	2,3
Marte	5,0
Giove	60
Saturno	36
Urano	22
Nettuno	24
Plutone	1,1
Sole	618

Spedire una nave spaziale fuori del sistema solare

Energia potenziale dovuta alla Terra $U_T = -\frac{GM_T m}{R_T}$

Energia potenziale dovuta al Sole $U_S = -\frac{GM_S m}{r_{TS}}$



$$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad R_T = 6400 \text{ km}$$

$$M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg} \quad r_{TS} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$$

dominante



$$V_{\text{fuga}} = \sqrt{-2 \frac{U}{m}} = \sqrt{-\frac{2}{m} (U_T + U_S)} \approx 43 \text{ km/s}$$

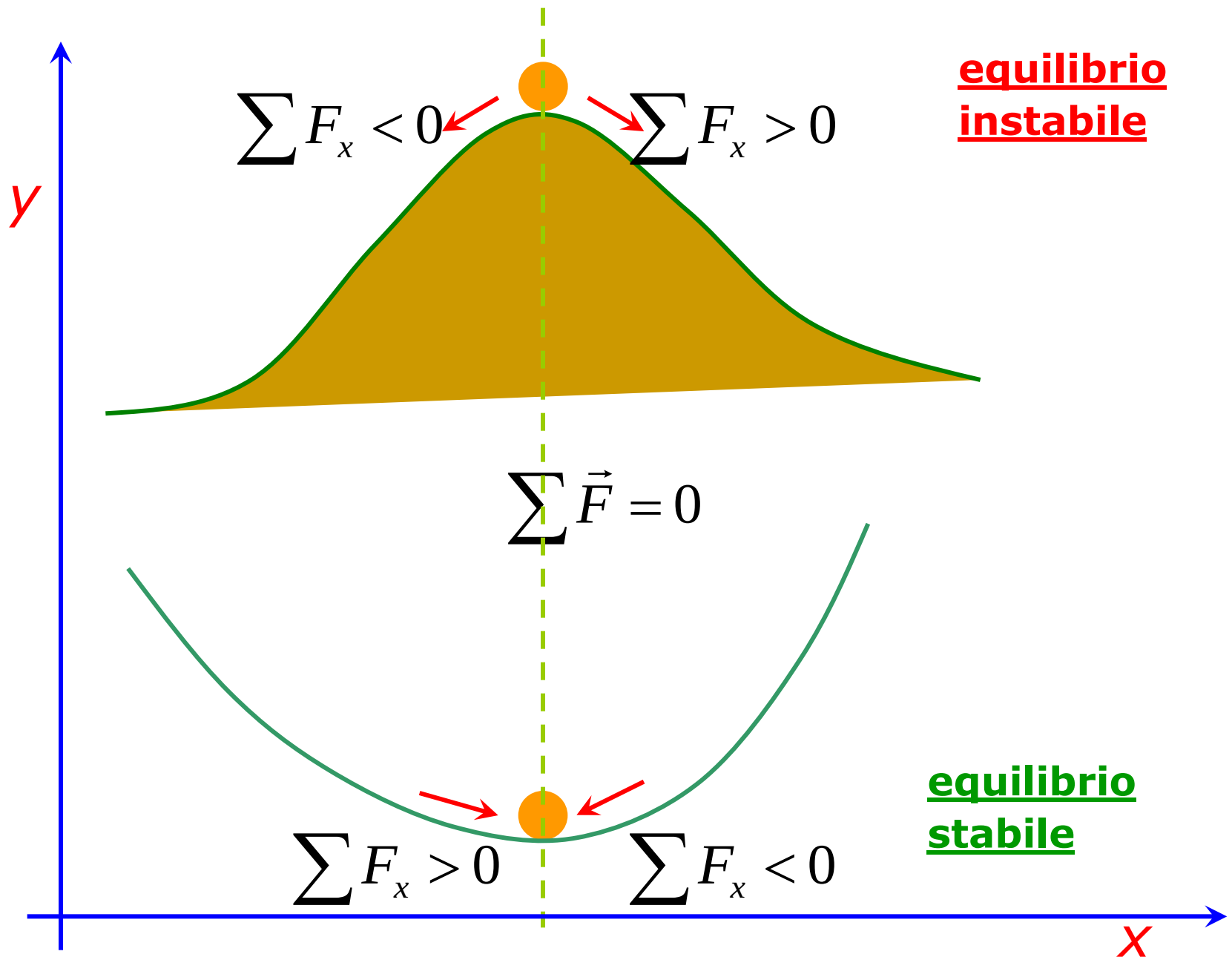
Equilibrio ed energia potenziale

Un corpo fermo non soggetto a forze (ovvero a forze di risultante nulla) è in equilibrio



Se lo spostiamo a un altro punto del piano lasciandolo fermo si troverà ancora in equilibrio

→ equilibrio indifferente



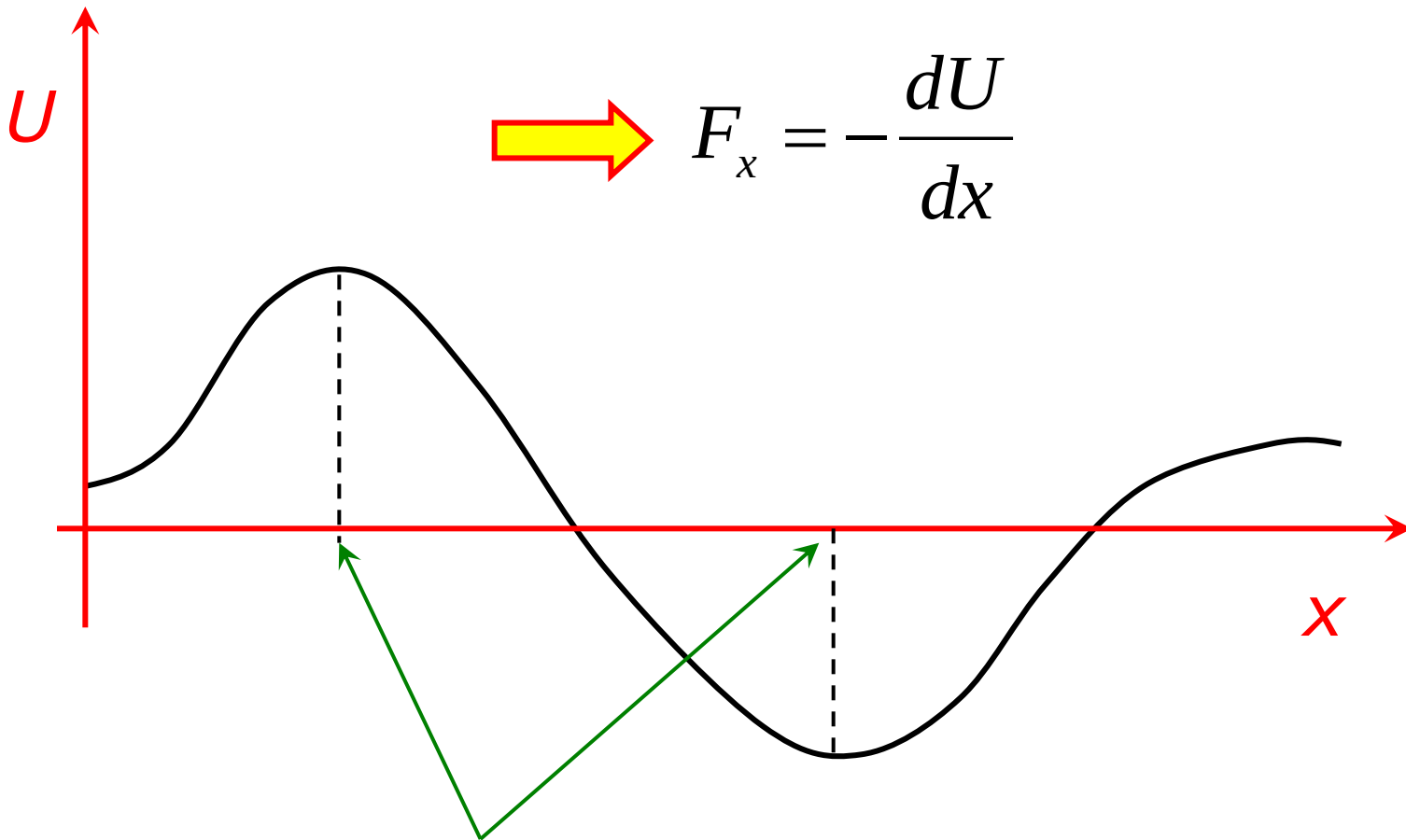
equilibrio instabile appena ci si allontana dal punto di equilibrio (forza nulla) la forza tende ad allontanare ancora di più il corpo

equilibrio stabile appena ci si allontana dal punto di equilibrio (forza nulla) la forza tende a riportare il corpo verso quella posizione

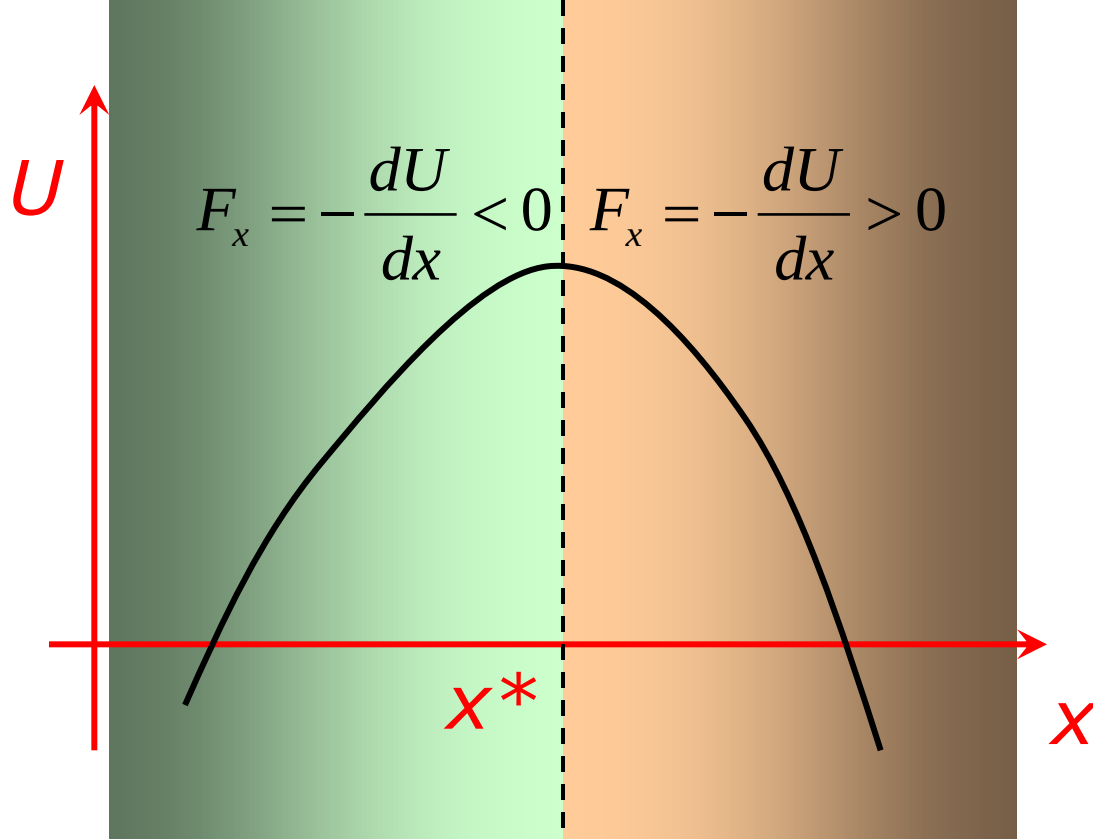
Un corpo attaccato a una molla è in equilibrio perché

$$F = -kx$$

infatti la forza è di segno opposto rispetto allo spostamento



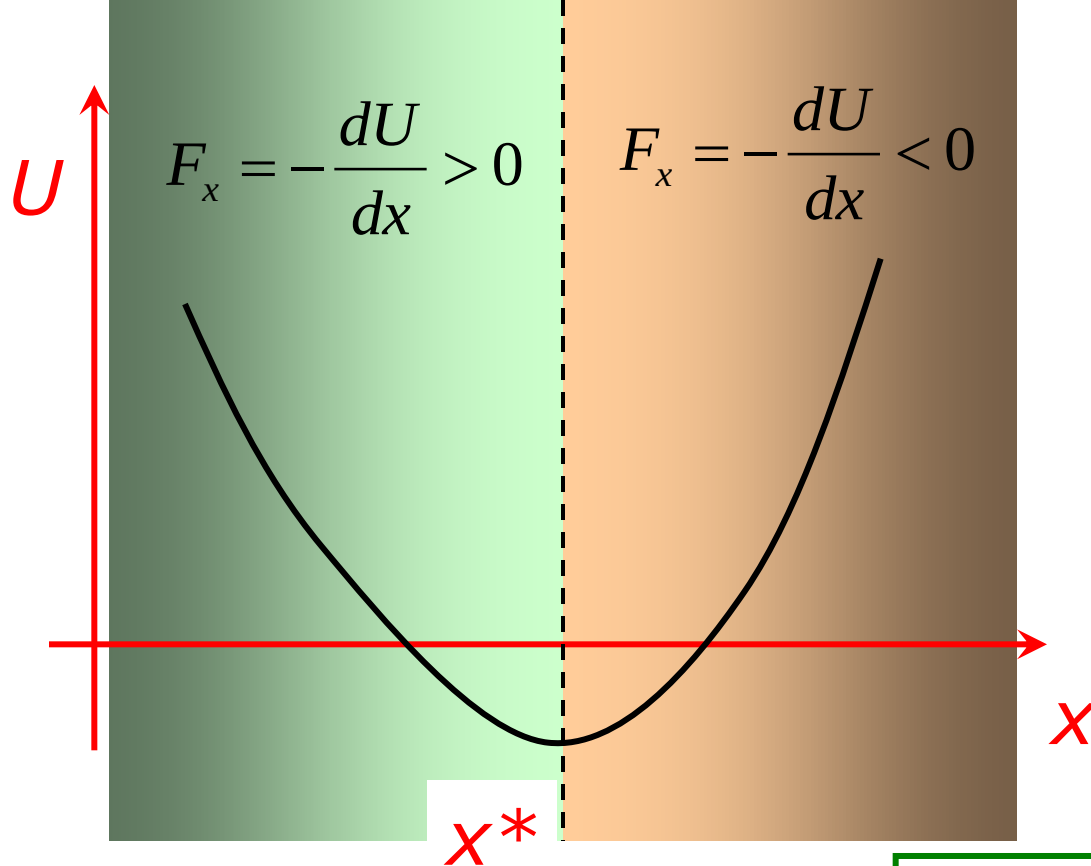
sono punti di equilibrio
infatti la forza è zero in quanto $\frac{dU}{dx} = 0$
(massimo e minimo di $U(x)$)



x^* equilibrio instabile

→ massimo di $U(x)$

$$\frac{d^2U}{dx^2} < 0$$



x^* equilibrio stabile
 ➔ minimo di $U(x)$

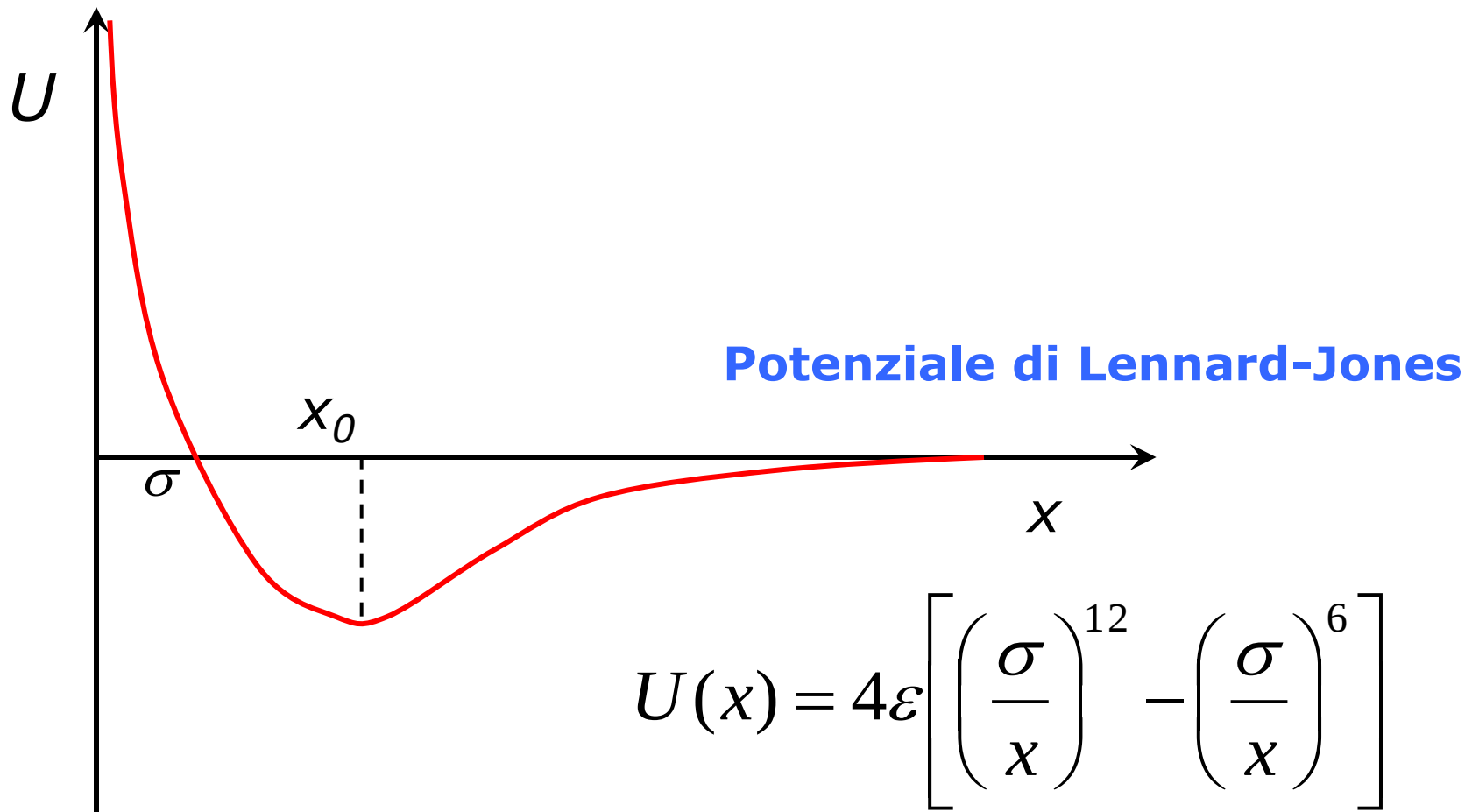
$$\frac{d^2U}{dx^2} > 0$$

forza
elastica

$$U = \frac{1}{2} kx^2$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = k > 0$$

Forze atomiche e molecolari



ε e σ sono parametri molecola-dipendenti

Appendice

esprimere la posizione di equilibrio in termini dei parametri ε e σ

$$\frac{dU(x)}{dx} = 4\varepsilon \frac{d}{dx} \left[\left(\frac{\sigma}{x} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x} \right)^6 \right] = 0$$

$$\Rightarrow 4\varepsilon \left[-\frac{12\sigma^{12}}{x^{13}} + \frac{6\sigma^6}{x^7} \right] = 0$$

$$2 \left(\frac{\sigma}{x} \right)^6 = 1 \Rightarrow x = 2^{1/6} \sigma = 1,12 \sigma$$

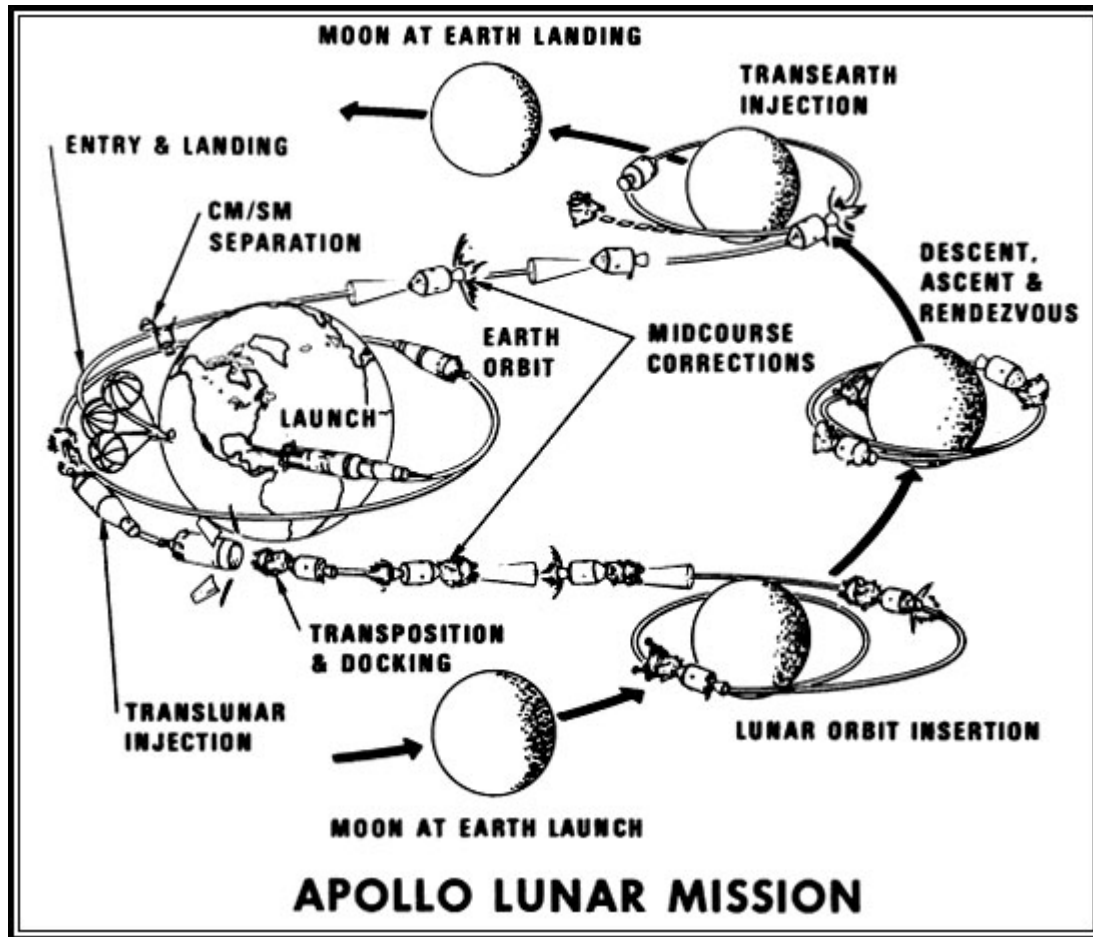
Valori tipici

$$\varepsilon = 1,5 \cdot 10^{-22} \text{ J}$$

$$\sigma = 0,25 \text{ nm}$$

Nel minimo il potenziale vale

$$\begin{aligned} U(x_0) &= 4\varepsilon \left[\left(2^{-1/6} \right)^{12} - \left(2^{-1/6} \right)^6 \right] = 4\varepsilon (2^{-2} - 2^{-1}) = \\ &= 4\varepsilon \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = -\varepsilon \end{aligned}$$



←→
 $r = 380.000 \text{ km}$

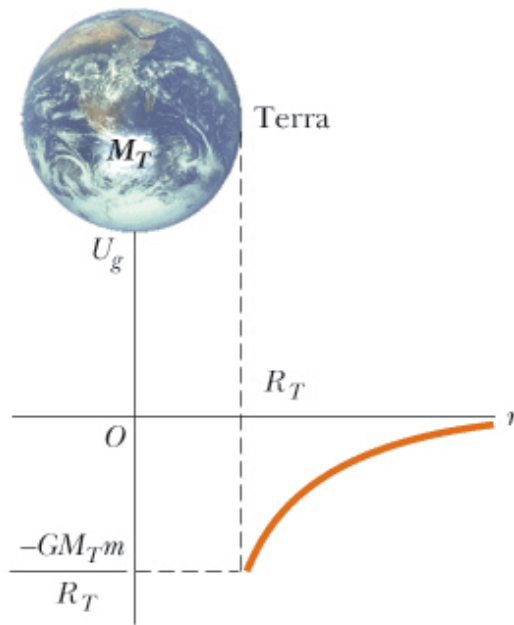


FIGURA 7.13

Grafico dell'energia potenziale gravitazionale, U_g in funzione di r per una particella che si trovi sulla superficie della Terra. L'energia potenziale del sistema tende a zero quando r tende all'infinito.

Notiamo che la forza di gravitazione di un corpo esteso vale k/r^2 solo all'esterno del corpo stesso. Idem per l'energia potenziale che vale

$$U(r) = -\frac{GMm}{r}$$

solo per $r > R_T$

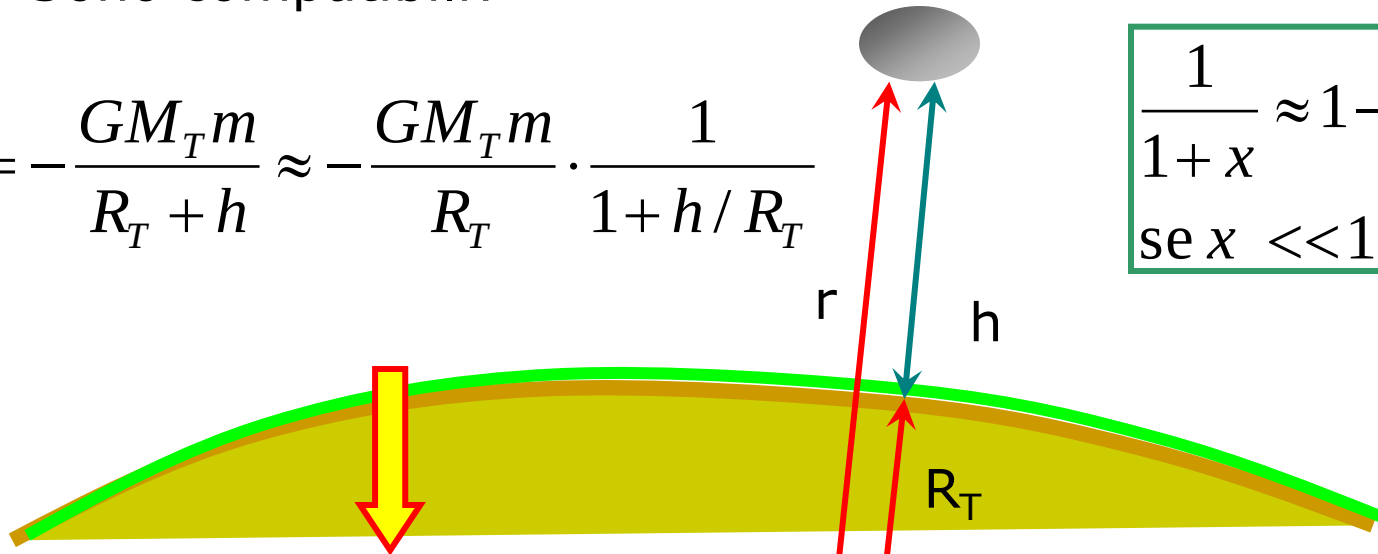
- Forza peso: $U = mgh$
- Forza gravitazionale: $U = -GMm/r$

Sono compatibili?

$$U(r) = -\frac{GM_T m}{R_T + h} \approx -\frac{GM_T m}{R_T} \cdot \frac{1}{1 + h/R_T}$$

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x$$

se $x \ll 1$



$$U(r) \approx -\frac{GM_T m}{R_T} \cdot \left(1 - \frac{h}{R_T}\right) = U_0 + mgh$$

vedi lezione 6

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x$$

se $x \ll 1$

$$\frac{1}{1+0,1} = 0,909 \approx 1-0,1 = 0,900$$

se $x = 0,1$

Sviluppo
in serie →

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots$$

se $|x| < 1$