

FISICA GENERALE I

Docente: Prof. G. Carboni
giovanni.carboni@cern.ch

Esercitatore: Dott. R. Petrillo
roberto.petrillo@roma2.infn.it

Anno Accademico 2012 - 2013

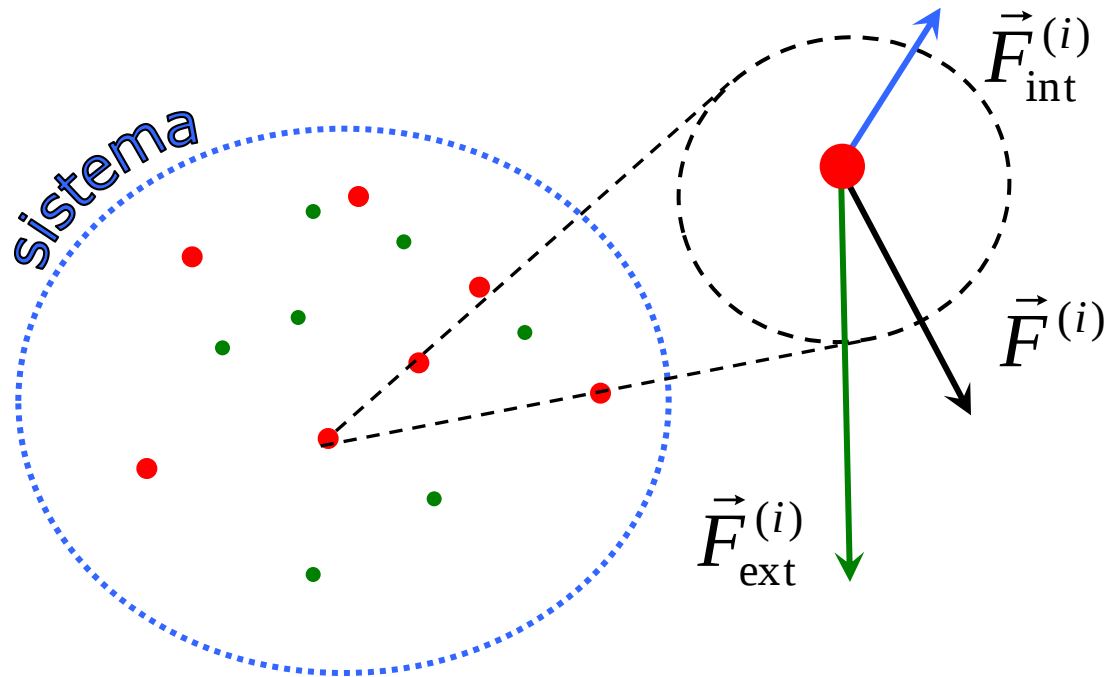
Queste lezioni sono scaricabili in formato pdf
dalla pagina

<http://people.roma2.infn.it/carboni>

UTENTE: fis1_studenti
PW: disp_fis1

→ *Necessario Adobe Reader*

Dinamica dei sistemi di punti



$$m^{(i)} \vec{a}^{(i)} = \vec{F}^{(i)} = \vec{F}_{\text{int}}^{(i)} + \vec{F}_{\text{ext}}^{(i)}$$

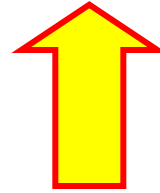
la risultante delle forze interne dipende dalla posizione di tutte le altre particelle del sistema

$$\frac{d\vec{p}^{(i)}}{dt} = \vec{F}^{(i)}$$

Sommiamo su tutte le N particelle del sistema

$$\sum_1^N \frac{d\vec{p}^{(i)}}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_1^N \vec{F}^{(i)}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_1^N \vec{F}^{(i)} = \sum_1^N \vec{F}_{\text{int}}^{(i)} + \sum_1^N \vec{F}_{\text{ext}}^{(i)}$$

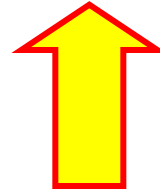


=0 per il principio di azione-reazione

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_1^N \vec{F}_{\text{ext}}^{(i)} = \vec{F}_{\text{TOT}}$$

I equazione cardinale

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_1^N \vec{F}^{(i)} = \sum_1^N \vec{F}_{\text{int}}^{(i)} + \sum_1^N \vec{F}_{\text{ext}}^{(i)}$$

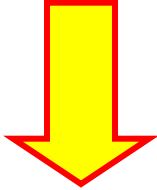


=0 per il principio di azione-reazione

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_1^N \vec{F}_{\text{ext}}^{(i)} = \vec{F}_{\text{TOT}}$$

I equazione cardinale

Se il sistema di particelle non è soggetto a forze esterne
si chiama **sistema isolato**


$$\vec{F}_{\text{TOT}} = 0$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = \text{costante}$$

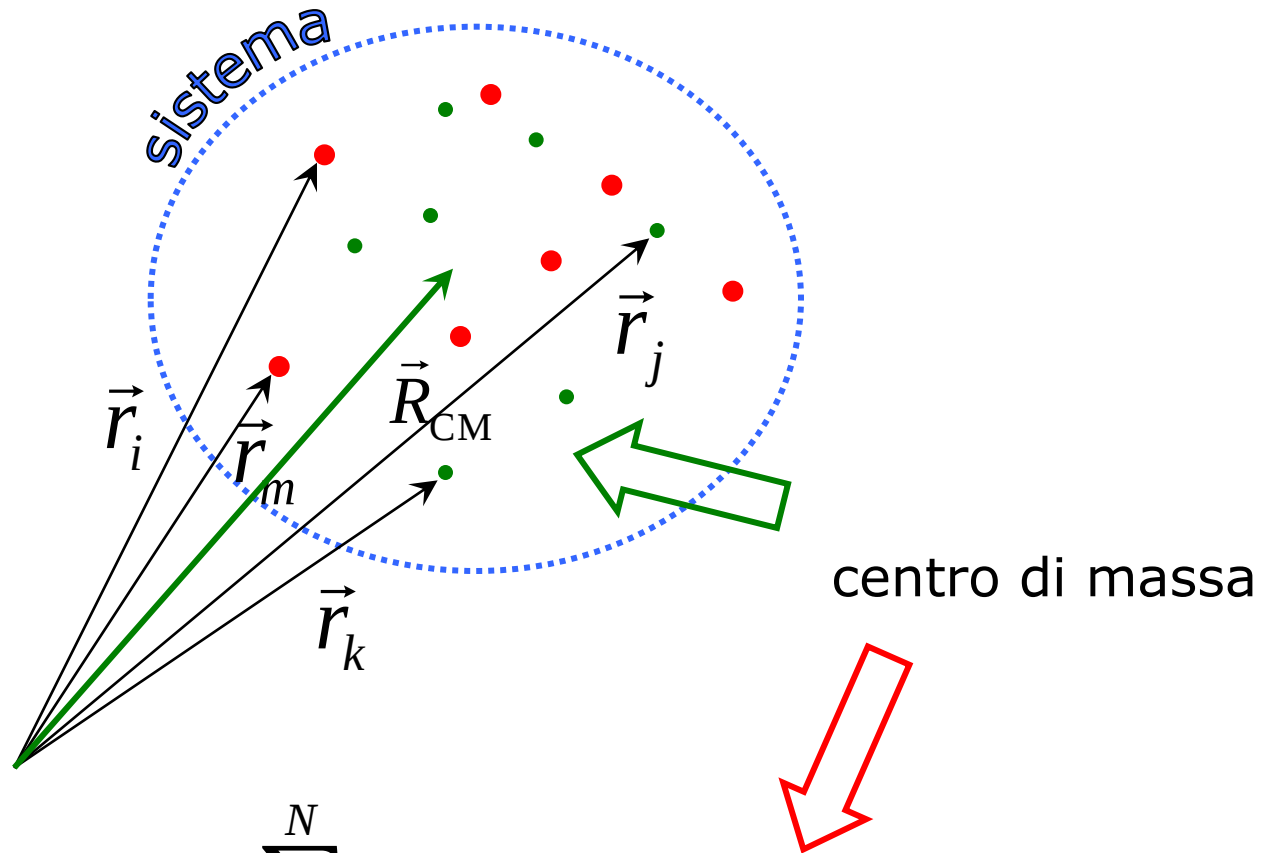
$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{\text{TOT}}$$

è formalmente uguale alla legge di Newton per una singola particella.

Per una particella $\vec{p} = m\vec{v}$ che contiene la velocità della medesima.

Ma per un sistema di particelle $\vec{P}$ corrisponde alla velocità di che?

Centro di massa o baricentro



$$\vec{R}_{CM} = \frac{\sum_1^N m_i \vec{r}_i}{\sum_1^N m_i} = \frac{1}{M} \sum_1^N m_i \vec{r}_i$$

Il CM è un punto “virtuale” il cui raggio vettore è la **media pesata** dei raggi vettori delle varie particelle del sistema.

Il centro di massa si muove insieme al sistema di particelle e la sua velocità si trova derivando rispetto a t R_{CM}

$$\vec{V}_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \sum_1^N m_i \vec{v}_i = \frac{1}{M} \sum_1^N \vec{p}_i = \frac{\vec{P}}{M}$$

La velocità del CM x la massa totale ci dà quindi $\vec{P}$

Per un sistema isolato in cui $\vec{P}$ è costante la velocità del CM è anche costante

→ Quindi il CM di un sistema di particelle non soggetto a forze esterne si muove di moto rettilineo uniforme

→ Se invece ci sono forze esterne il CM si muove come un punto materiale di massa $M = \sum m_i$ (massa totale del sistema) soggetto alla risultante di tutte le forze esterne.

FIGURA 8.20

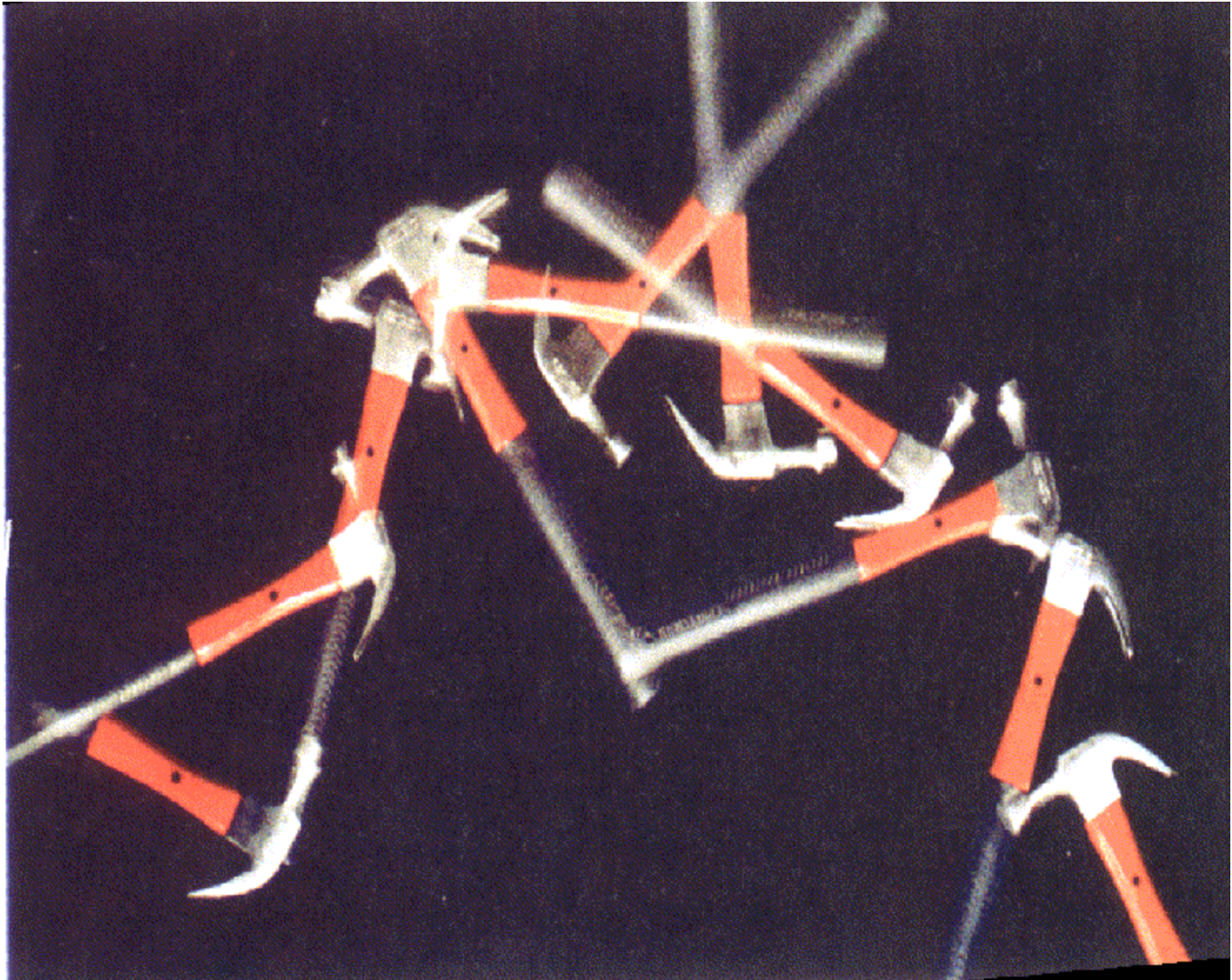
Fotografia stroboscopica che mostra una vista dall'alto di una chiave inglese in moto su una superficie orizzontale. Il centro di massa della chiave (segnato da un punto bianco) si muove in linea retta mentre la chiave ruota intorno a questo punto. La chiave si muove da sinistra verso destra nella fotografia e rallenta a causa dell'attrito fra la chiave e la superficie (*Nota: La distanza diminuisce fra i punti bianchi*).

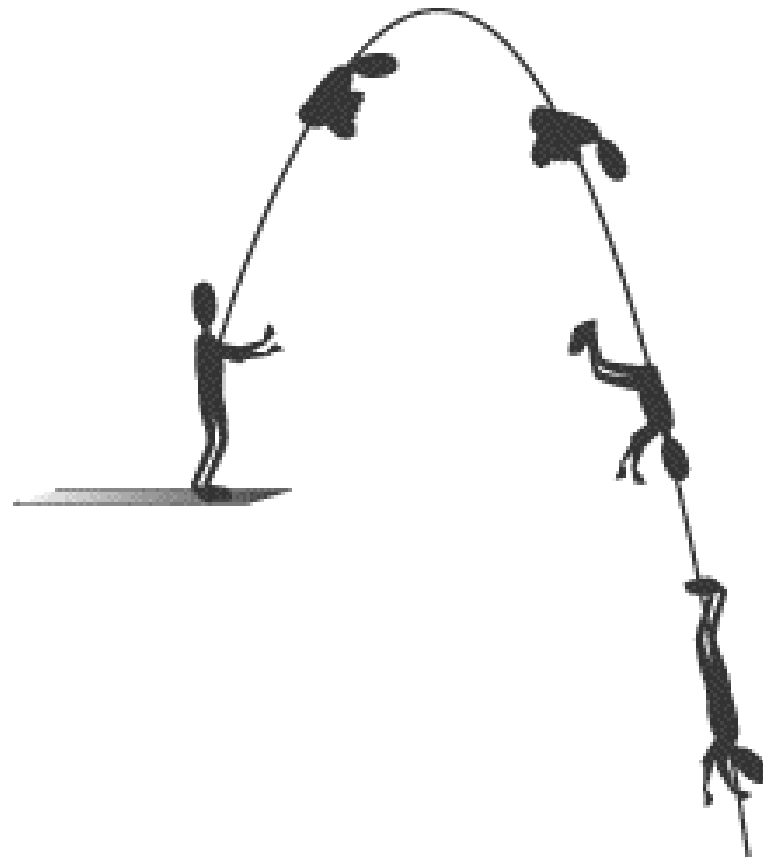


(Richard Megna, Fundamental Photographs)



Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES





Calcolare il centro di massa

$$\vec{R}_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \sum_1^N m_i \vec{r}_i \quad \text{equazione vettoriale}$$

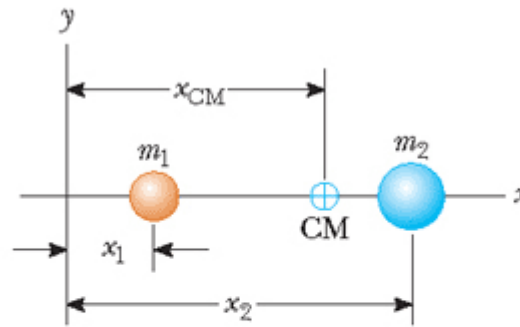
Per componenti

$$X_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \sum_1^N m_i x_i$$

$$Y_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \sum_1^N m_i y_i$$

Due masse

*scegliere l'asse
x sulla congiungente*



$$X_{\text{CM}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

FIGURA 8.14

Il centro di massa di due particelle di massa differente è posto sull'asse x a x_{CM} , un punto fra le particelle, più vicino a quella di massa maggiore.

Se scegliamo l'origine in m_1 $\Rightarrow$ $x_1=0$ e $x_2=d$
(distanza fra le masse)

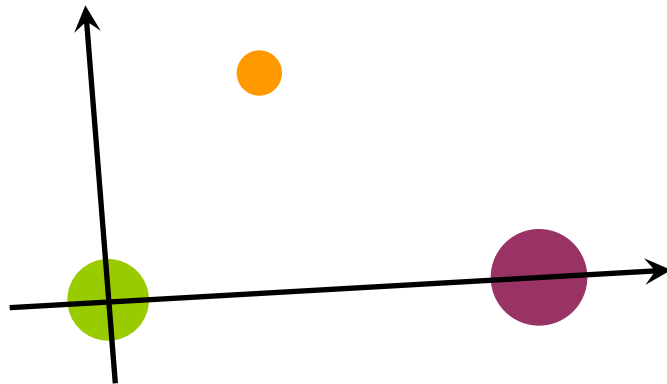
$$X_{\text{CM}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} d$$

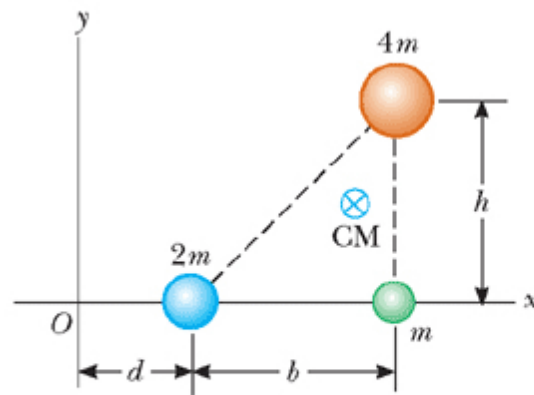
Se $m_2 \gg m_1$ il CM si trova praticamente in m_2 ossia nella massa più pesante

$$X_{\text{CM}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} d \approx d$$

Se le due masse sono uguali $X_{\text{CM}} = \frac{1}{2} d$

Se le masse sono più di due posso procedere per la via diretta



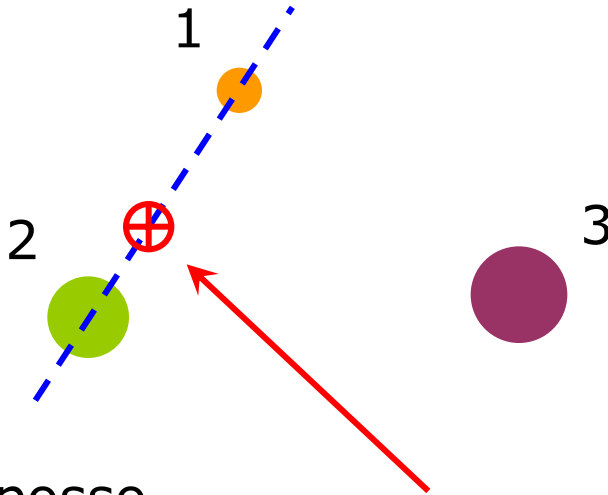


(Esempio 8.11) Trovare il centro di massa per un sistema di tre particelle.

$$X_{\text{CM}} = \frac{2m \cdot 0 + mb + 4mb}{7m} = \frac{5}{7}b$$

$$Y_{\text{CM}} = \frac{2m \cdot 0 + m \cdot 0 + 4mh}{7m} = \frac{4}{7}h$$

Posso applicare questa
procedura per
N masse

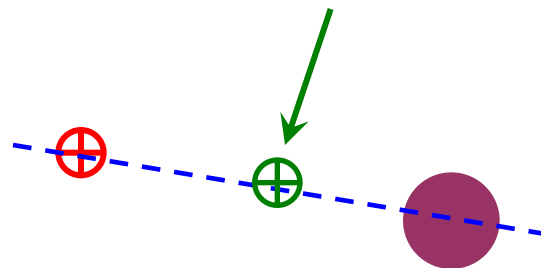


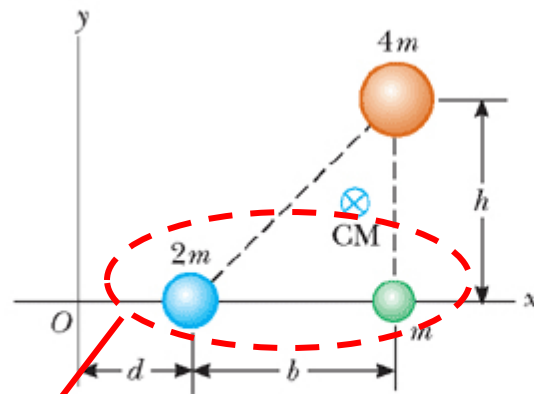
Oppure posso

- trovare prima il centro di massa di 1 e 2
- considerare il CM di 1-2 come una particella di massa

$$m_{12} = m_1 + m_2$$

- trovare infine il CM di questa e della particella 3





(Esempio 8.11) Trovare il centro di massa per un sistema di tre particelle.

$$X_{12} = \frac{2m \cdot 0 + mb}{3m} = \frac{1}{3}b$$

$$Y_{12} = 0$$

$$X_{\text{tot}} = \frac{3m \frac{b}{3} + 4mb}{7m} = \frac{5}{7}b$$

$$Y_{\text{tot}} = \frac{3m \cdot 0 + 4mh}{7m} = \frac{4}{7}h$$

Corpo esteso

Si può considerarlo come un sistema di moltissime particelle di massa $\Delta m_i \rightarrow dm$

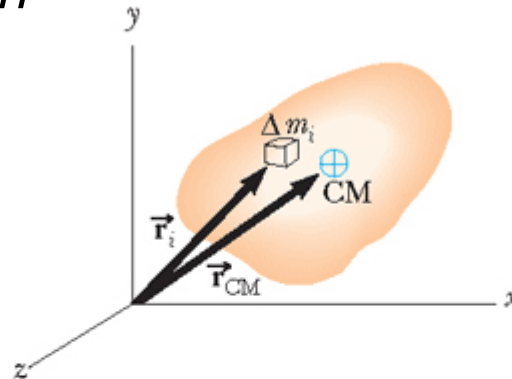


FIGURA 8.15

Un corpo esteso può essere considerato come una distribuzione di piccoli elementi di massa Δm_i . Il centro di massa del corpo è determinato dal vettore posizione $\vec{r}_{CM}$, di coordinate x_{CM} , y_{CM} , e z_{CM} .

per un corpo esteso le somme si sostituiscono quindi con integrali

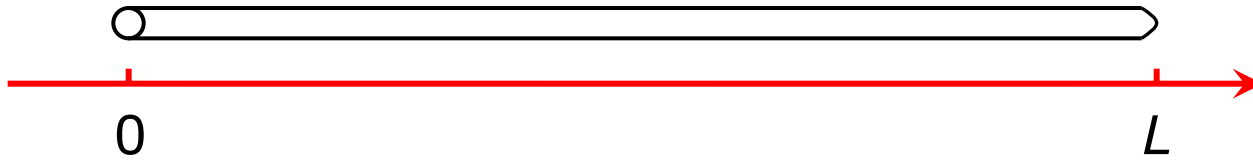
$$X_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \sum_1^N \Delta m_i x_i \rightarrow \frac{1}{M} \int x dm$$

$$Y_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \sum_1^N \Delta m_i y_i \rightarrow \frac{1}{M} \int y dm$$

per passare da dm a $dV = dx dy dz$ si usa la densità

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

Asta sottile omogenea



$$X_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \int x dm$$

Densità lineare $\lambda = \frac{dm}{dx} = \frac{M}{L}$

$$X_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \int x \frac{dm}{dx} dx = \frac{1}{L} \int_0^L x dx = \frac{L}{2}$$

Lamina triangolare

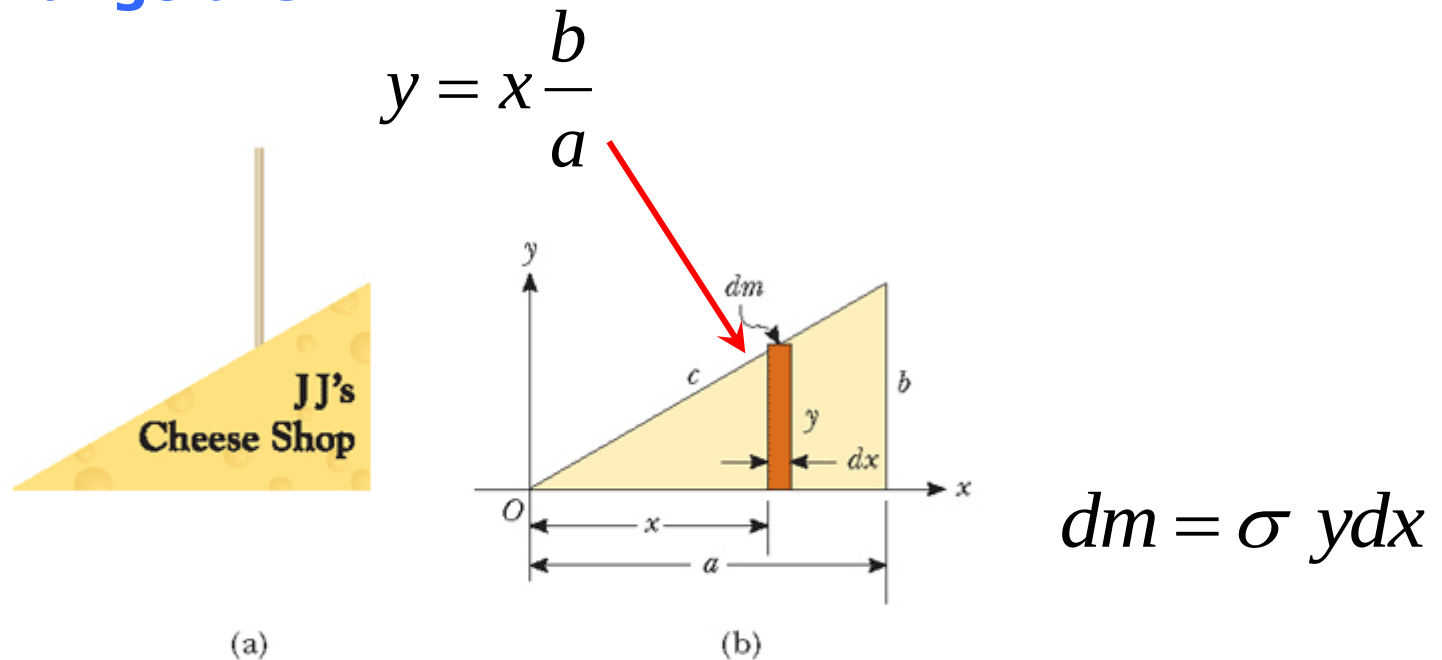


FIGURA 8.19

(Esempio 8.12) (a) Un'insegna triangolare da appendere con un solo cavo. (b) Costruzione geometrico per localizzare il centro di massa

σ è la densità superficiale: $\sigma = M/\text{area} = M/(ab/2) = 2M/ab$

$$dm = \sigma \frac{b}{a} x dx \quad \text{omogeneo } \sigma = \text{cost}$$

verifichiamo che integrando dm otteniamo M

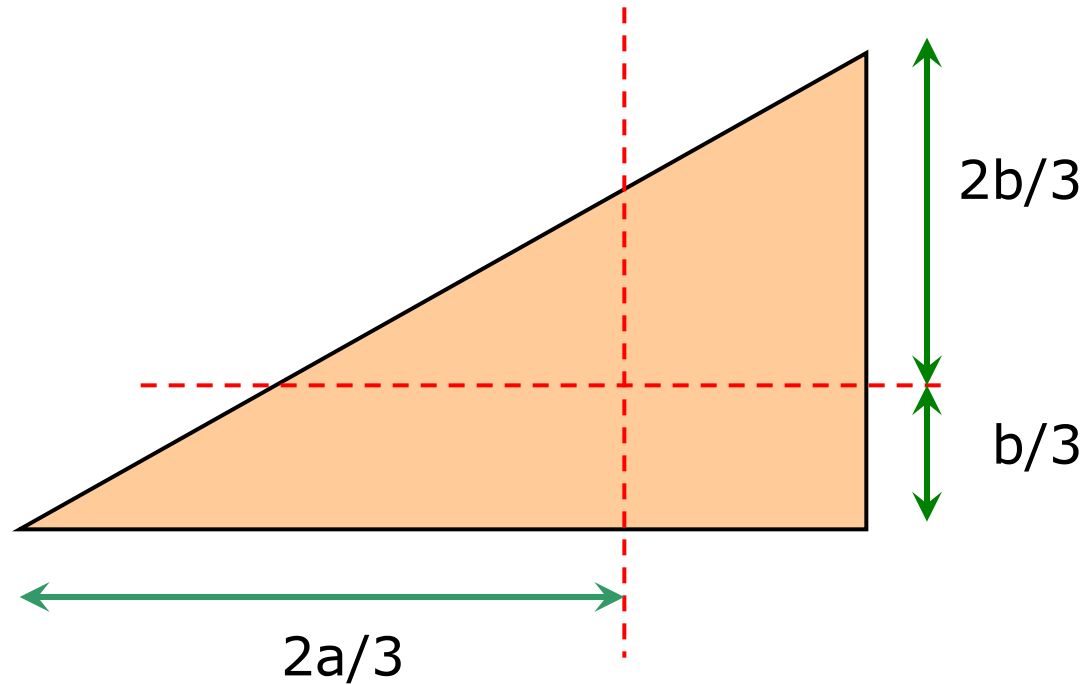
$$\int dm = \sigma \frac{b}{a} \int_0^a x dx = \sigma \frac{b}{a} \cdot \frac{a^2}{2} = \sigma \frac{ab}{2} = M$$



$$\begin{aligned}
 X_{\text{CM}} &= \frac{1}{M} \int x dm = \frac{1}{M} \int_0^a x \sigma \frac{b}{a} x dx = \\
 &= \frac{\sigma}{M} \cdot \frac{b}{a} \int_0^a x^2 dx = \frac{\sigma}{M} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{3} a^3 = \frac{2}{3ab} ba^2
 \end{aligned}$$

$$X_{\text{CM}} = \frac{2a}{3}$$

Per calcolare Y_{CM} si può procedere allo stesso modo oppure osservare che



$$X_{CM} = \frac{2a}{3} \quad Y_{CM} = \frac{b}{3}$$

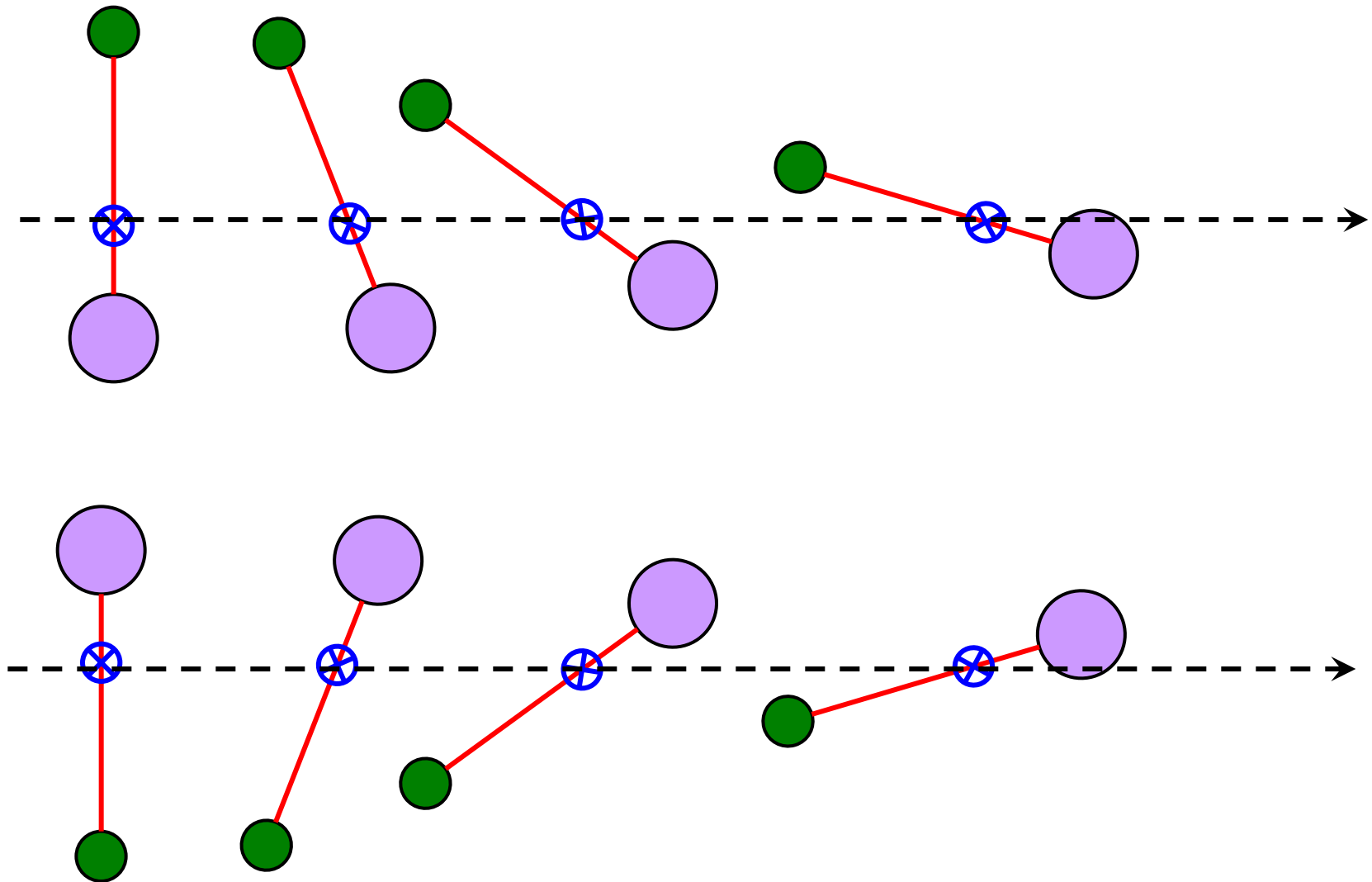
Per molti corpi è più facile misurare la posizione del centro di massa che calcolarsela

Vedremo dopo come si fa a misurarla

Conoscere il moto del centro di massa è importante

Tuttavia l'informazione è incompleta: infatti abbiamo ridotto il problema di N corpi a quello di un corpo singolo

Il moto del CM è lo stesso
ma il corpo si muove diversamente



Energia di un sistema di particelle

$$T = \sum_1^N \frac{m_i v_i^2}{2}$$

Energia cinetica

A volte può essere comodo scrivere l'energia cinetica come

$$T = \sum_1^N \frac{p_i^2}{2m_i}$$

dato che $p_i = mv_i$

Energia potenziale

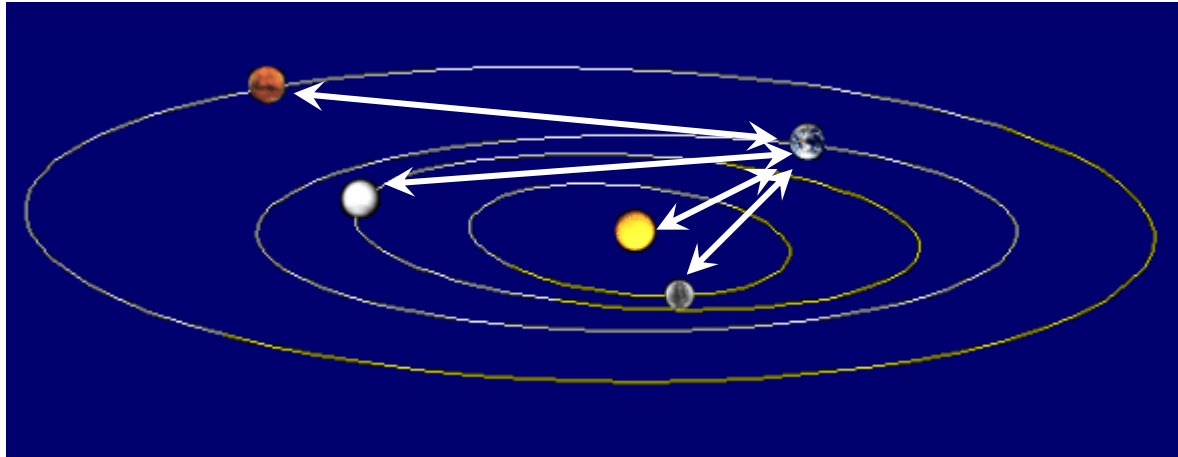
Se le forze sul sistema (interne ed esterne) sono conservative esiste anche l'energia potenziale e l'energia totale si conserva

$$U = \sum_1^N (U_i^{\text{ext}} + U_i^{\text{int}})$$


Energia potenziale delle
forze esterne (es.: peso)

Energia potenziale della i-esima particella
dovuta a tutte le altre del sistema

Ad esempio per il Sistema Solare



$$U_{ij} = -G \frac{m_i m_j}{r_{ij}}$$



Energia potenziale della i-esima particella
dovuta alla j-esima particella

➔ *Quando si sommano tutti i termini ogni coppia va contata
solo una volta*

Se possiamo considerare le particelle come
non interagenti

oppure

a distanze fisse le une dalle altre
(esempio corpo rigido)

allora i potenziali U_{ij} fra le particelle sono costanti.

Se inoltre il sistema è isolato anche gli U_i^{ext} sono costanti.

Pertanto l'energia cinetica totale è anch'essa costante

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^N m_i v_i^2$$

Mettiamoci in un riferimento che si muove col CM

$$\vec{v}_i = \vec{u}_i + \vec{V}_{\text{CM}}$$


velocità dei punti nel riferimento del CM

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^N m_i (\vec{u}_i + \vec{V}_{\text{CM}})^2$$

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^N m_i (u_i^2 + V_{\text{CM}}^2 + 2\vec{u}_i \cdot \vec{V}_{\text{CM}})$$

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^N m_i u_i^2 + \frac{1}{2} M V_{\text{CM}}^2 + \sum_1^N m_i \vec{u}_i \cdot \vec{V}_{\text{CM}}$$

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^N m_i u_i^2 + \frac{1}{2} M V_{\text{CM}}^2 + \sum_1^N m_i \vec{u}_i \cdot \vec{V}_{\text{CM}}$$



$$\sum_1^N m_i \vec{u}_i = 0$$

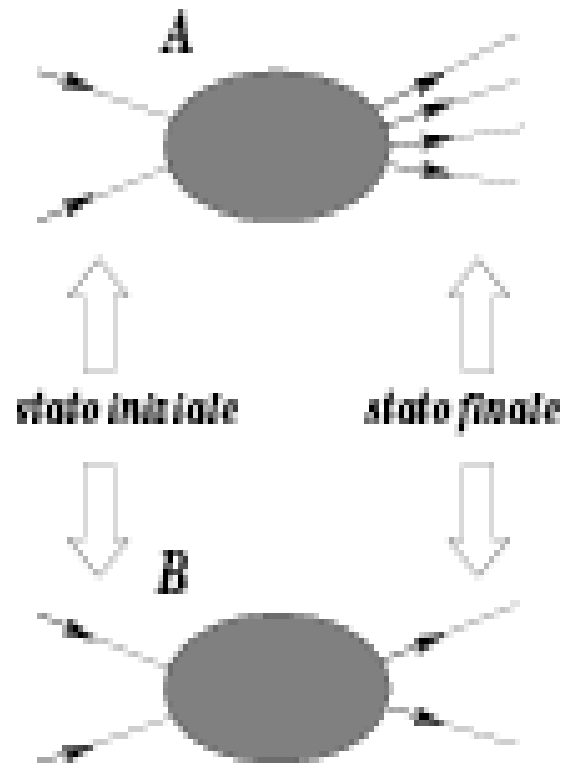
infatti questa sarebbe la quantità di moto del sistema nel riferimento del CM in cui la quantità di moto per definizione è zero

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^N m_i u_i^2 + \frac{1}{2} M V_{\text{CM}}^2$$

Teorema di Koenig

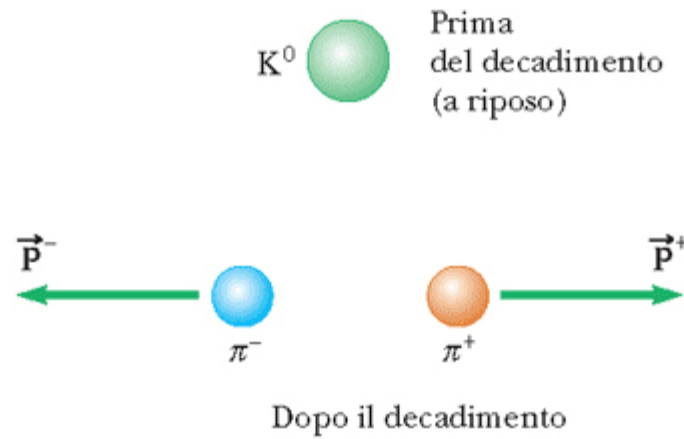
Urti e disintegrazioni di particelle

urti fra due particelle



processo limitato nello spazio e nel tempo

disintegrazione o esplosione



Le situazioni di urto che si possono presentare

1. le stesse 2 particelle riemergono nello stato finale, in genere con velocità diverse da quelle iniziali
 - collisione di 2 palle da biliardo
 - collisione di 2 protoni $p+p \rightarrow p+p$
 - collisione di p e n $p+n \rightarrow p+n$
2. le 2 particelle in collisione si frantumano e se ne creano di nuove
 - urto fra 2 atomi con ionizzazione di uno dei due ed espulsione di un elettrone

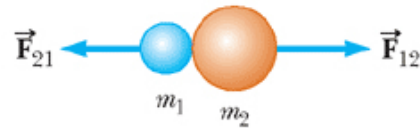
3. nello stato finale ci sono ancora 2 particelle ma diverse da quelle iniziali

- ${}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \text{neutrone}$ (*fusione nucleare*)
- $\text{NO} + \text{O}_3 \rightarrow \text{NO}_2 + \text{O}_2$

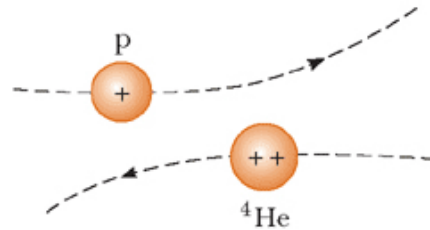
4. le 2 particelle in collisione si “fondono” in una sola

Una disintegrazione o esplosione consiste in una particella che si spezza in almeno altre due

Forze in gioco nell'urto



(a)



(b)

FIGURA 8.7

(a) Una collisione fra due corpi come risultato di un contatto diretto (b) Un "urto" fra due particelle cariche che non vengono a contatto.

La durata dell'urto è brevissima per cui le forze si possono considerare impulsive: $F \Delta t = \Delta p$

Anche se ci sono forze esterne, come il peso, il loro ruolo nella collisione o nella disintegrazione è nullo:

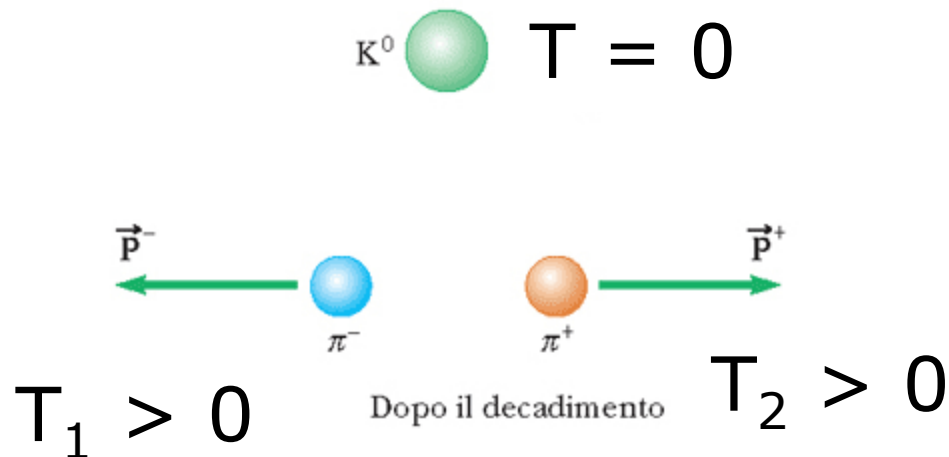
infatti l'impulso di queste forze è trascurabile dato che il tempo Δt è brevissimo

quindi la variazione di quantità di moto è anch'essa trascurabile rispetto alle forze in gioco nella collisione.

Il sistema quindi **si può sempre considerare isolato e la conservazione della quantità di moto è sempre valida. Questo è vero se non intervengono forze impulsive.**

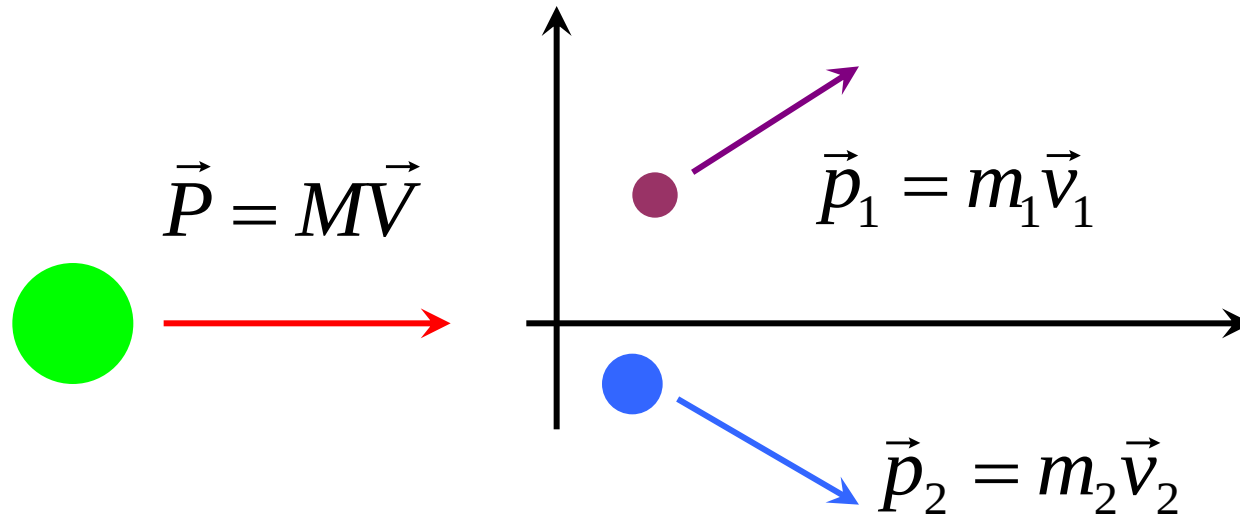
La conservazione dell'energia (meccanica) invece è un **optional**

In una disintegrazione l'energia non è mai conservata in quanto



In una collisione l'energia può o meno conservarsi

- Urto elastico $\Leftrightarrow$ energia si conserva
- Urto anelastico $\Leftrightarrow$ energia non si conserva



$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$P = p_1 \cos \alpha + p_2 \cos \beta$$

$$0 = p_1 \sin \alpha - p_2 \sin \beta$$

2 equazioni