

FISICA GENERALE I

Docente: Prof. G. Carboni
giovanni.carboni@cern.ch

Esercitatore: Dott. R. Petrillo
roberto.petrillo@roma2.infn.it

Anno Accademico 2012 - 2013

Queste lezioni sono scaricabili in formato pdf
dalla pagina

<http://people.roma2.infn.it/carboni>

UTENTE: fis1_studenti
PW: disp_fis1

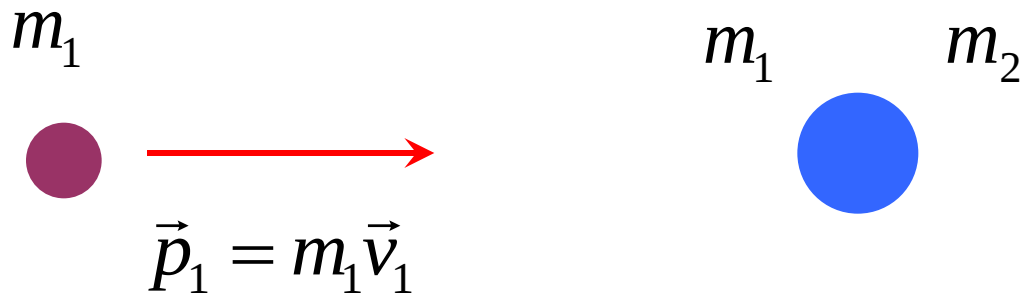
→ *Necessario Adobe Reader*

Sistemi di riferimento usati

- sistema del laboratorio: quello in cui si studia e misura il fenomeno (es: tavolo del biliardo)
- sistema del centro di massa: quello che si muove col CM del sistema e che per definizione ha la quantità di moto totale zero

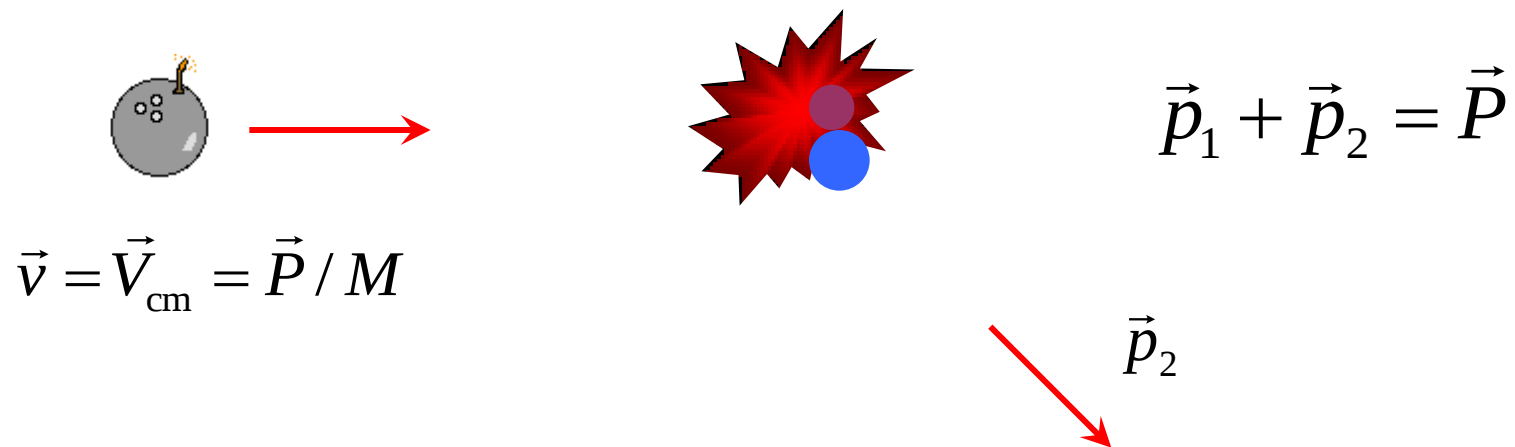
Prima della collisione, nel laboratorio

Proiettile e bersaglio sono distinti



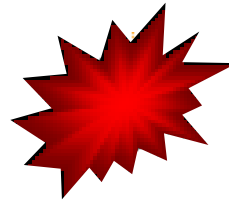
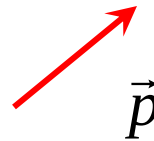
$$\vec{V}_{\text{cm}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{v}_1$$

Esplosione, nel laboratorio



Esplosione, nel CM

$$\vec{v}_1 = \vec{p} / m_1$$



$$\vec{v}_2 = -\vec{p} / m_2$$

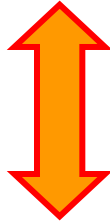


$$T_{CM} = \frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{2m_2} = \frac{p^2}{2\mu}$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \Rightarrow \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Sulla conservazione dell'energia negli urti e nelle disintegrazioni

energia
interna



energia
del CM



$$T = \frac{1}{2} \sum_1^N m_i u_i^2 + \frac{1}{2} M V_{\text{cm}}^2$$

Teorema di Koenig

Per la conservazione della quantità di moto $V_{\text{cm}} = \text{costante}$.

→ *il secondo termine quindi non cambia.*

Il solo termine che può modificarsi nell'urto o nella disintegrazione è l'energia nel CM

$$T_{\text{cm}} = \frac{1}{2} \sum_1^N m_i u_i^2 = \frac{1}{2} \sum_1^N \frac{p_i^2}{m_i}$$

In una disintegrazione T_{cm} è inizialmente zero

Alla fine $T_{\text{cm}} > 0$. Quindi in questo caso l'energia non è conservata.

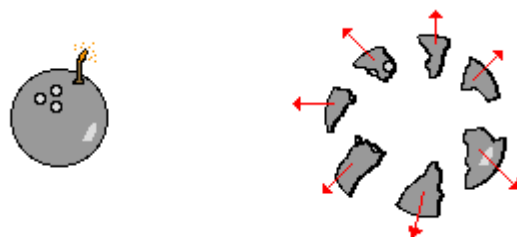
In un urto T_{cm} iniziale è > 0 .

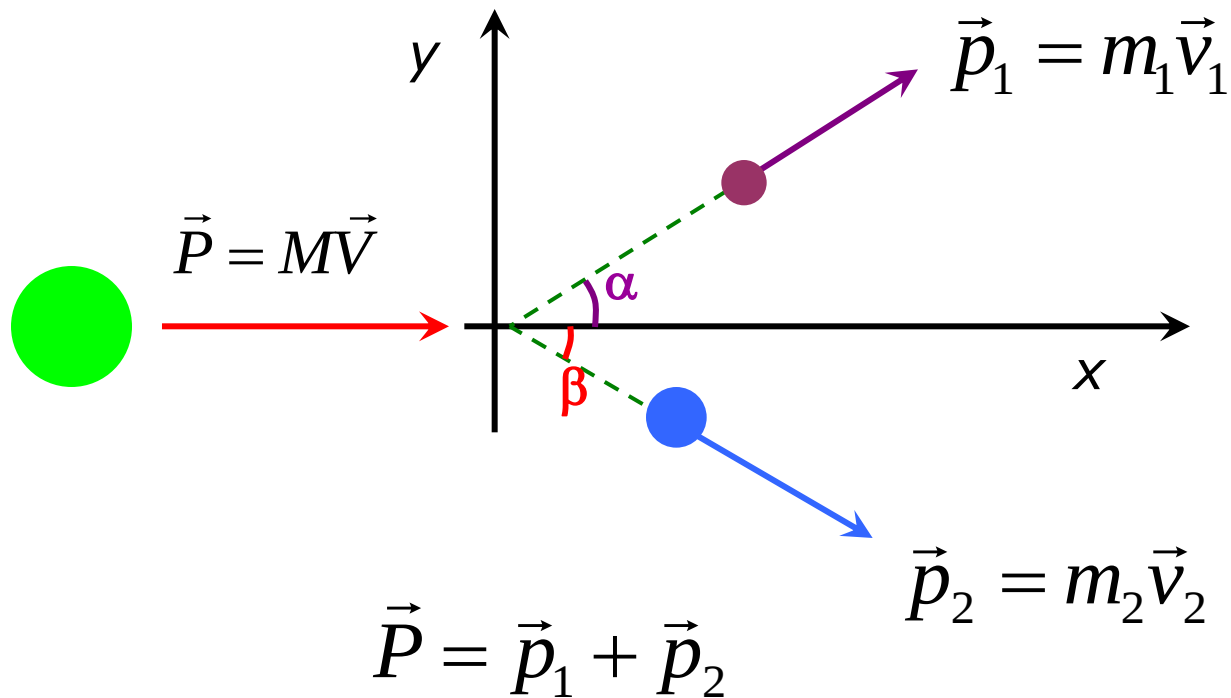
Inoltre

- l'urto sarà elastico se $T'_{\text{cm}} = T_{\text{cm}}$
- l'urto sarà anelastico se $T'_{\text{cm}} < T_{\text{cm}}$

Se $T'_{\text{cm}} = 0$ abbiamo l'urto completamente anelastico

Disintegrazioni & esplosioni





$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$P = p_1 \cos \alpha + p_2 \cos \beta$$

$$0 = p_1 \sin \alpha - p_2 \sin \beta$$

$$M = m_1 + m_2$$

2 equazioni → 2 incognite

Se ad esempio sono noti gli angoli α e β

$$p_2 = P \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$p_1 = P \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

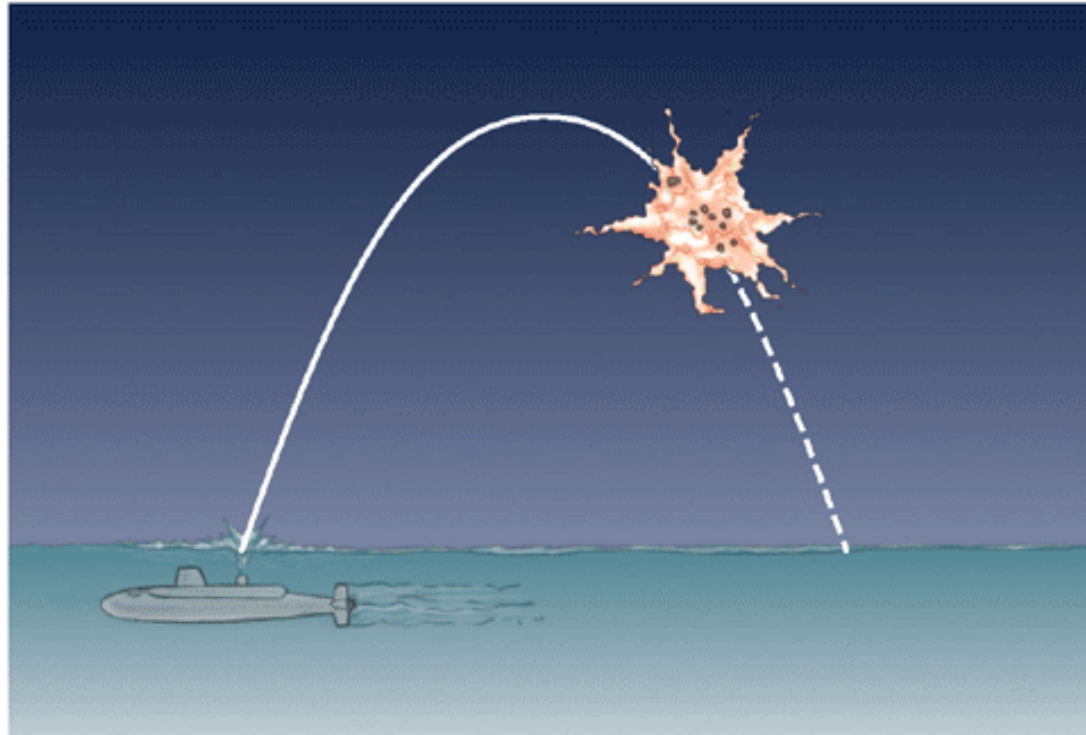
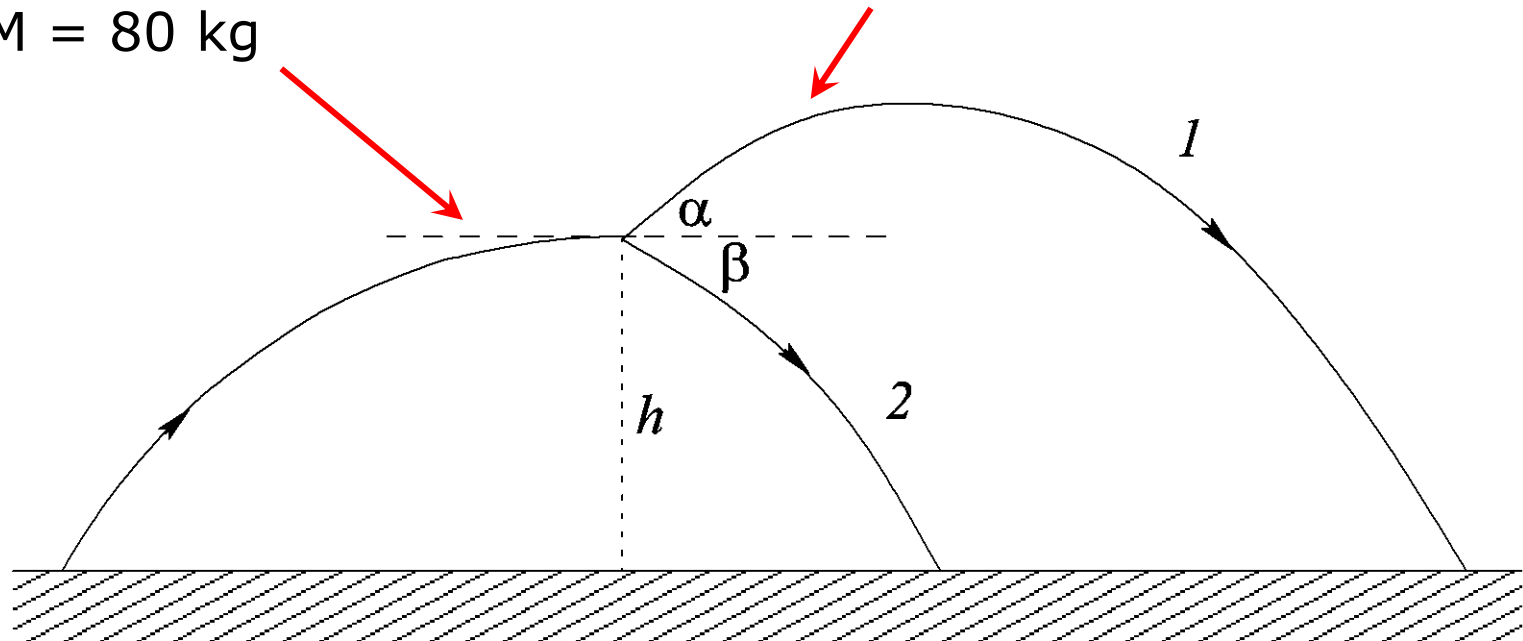


FIGURA 8.22

(Esempio 8.13) Quando un proiettile esplode in diversi frammenti, dove andrà a finire il centro di massa dei frammenti?

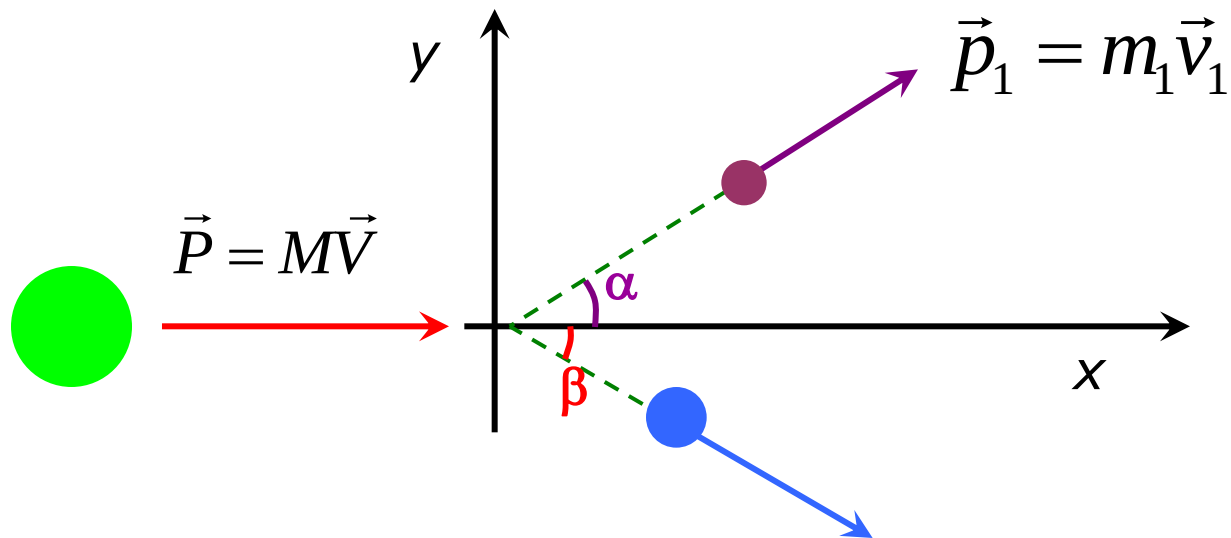
$V_0 = 300 \text{ m/s}$
 $M = 80 \text{ kg}$

$v_1 = 600 \text{ m/s}$ $m_1 = 30 \text{ kg}$
 $\alpha = 30^\circ$



Trovare v_2 e β

$m_2 = M - m_1 = 50 \text{ kg}$



$$p_1 \sin \alpha = p_2 \sin \beta$$

$$P - p_1 \cos \alpha = p_2 \cos \beta$$

Dividendo

$$\tan \beta = \frac{p_1 \sin \alpha}{P - p_1 \cos \alpha}$$

$$\tan \beta = \frac{30 \cdot 600 \cdot 0,5}{80 \cdot 300 - 30 \cdot 600 \cdot 0,866} = 1,07$$



$$\beta = 46,9^\circ$$

$$p_2 = p_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 30 \cdot 600 \frac{0,5}{0,73} = 12300$$

$$v_2 = \frac{p_2}{m_2} = \frac{12300}{50} = 246 \text{ m/s}$$

A questo punto per trovare i punti d'impatto col suolo basta scrivere le equazioni per 2 gravi lanciati da un'altezza h con le velocità $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ appena trovate

Un modo equivalente era di partire sempre da

$$p_1 \sin \alpha = p_2 \sin \beta$$

$$P - p_1 \cos \alpha = p_2 \cos \beta$$

quadrando e sommando e usando $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$

$$p_2^2 = p_1^2 \sin^2 \alpha + (P - p_1 \cos \alpha)^2$$

$$p_2^2 = p_1^2 + P^2 - 2Pp_1 \cos \alpha$$

$$p_2 = \sqrt{p_1^2 + P^2 - 2Pp_1 \cos \alpha} = 12300$$

una volta ottenuto p_2 si trova $v_2 = p_2/m_2$ e β da

$$\sin \beta = \frac{p_1}{p_2} \sin \alpha$$

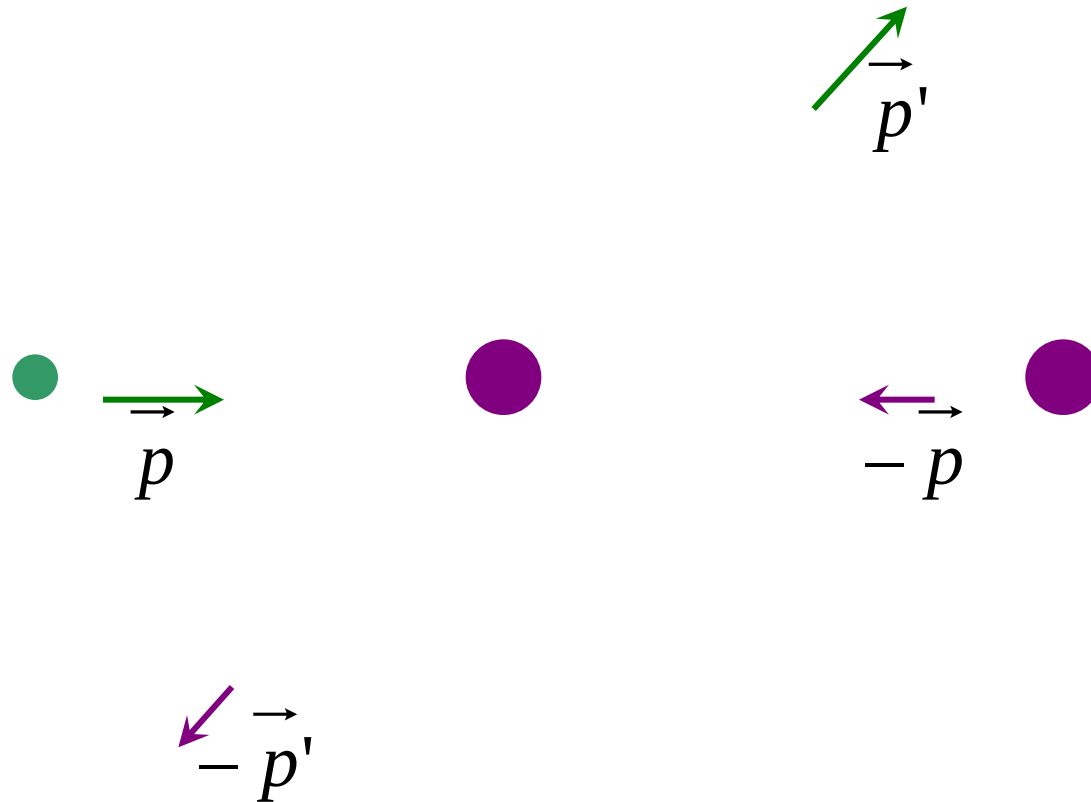
$$\sin \beta = \frac{30 \cdot 600}{12300} \sin \alpha = 0,73$$

$$\beta = 46,9^\circ$$

lo stesso risultato di prima

Urti a due corpi

Descriviamo l'urto nel CM del sistema. In tal caso la sola quantità che caratterizza lo stato è la quantità di moto, uguale per ciascun corpo



Energia cinetica nel CM

prima dell'urto → $T_{\text{cm}} = \frac{1}{2} p^2 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$

$$T_{\text{cm}} = \frac{p^2}{2\mu}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

si chiama **massa ridotta**
del sistema

Velocità relativa nel CM

Vediamo quindi che l'energia nel CM dipende dalla velocità relativa delle due particelle. E' zero solo se le due sono ferme una rispetto all'altra ($p=0$).

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{p}}{m_1} \quad \vec{u}_2 = -\frac{\vec{p}}{m_2}$$

$$\vec{w}_{\text{rel}} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = \vec{p} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$$

$$\Rightarrow \vec{w}_{\text{rel}} = \frac{\vec{p}}{\mu}$$

Utilizzando la velocità relativa possiamo scrivere in modo equivalente

$$T_{\text{cm}} = \frac{p^2}{2\mu}$$

oppure

$$T_{\text{cm}} = \frac{\mu w^2}{2}$$

La seconda formula può essere vantaggiosa in quanto la velocità relativa di due corpi

non dipende dal sistema di riferimento

Quindi T_{cm} cambia solo se cambia la quantità di moto nel CM

Un urto sarà quindi elastico se p non cambia in modulo

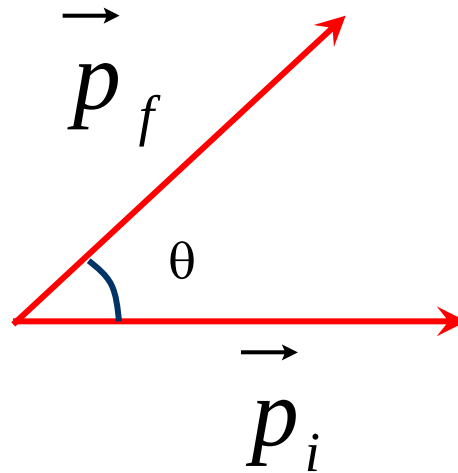
Sarà anelastico se $p' < p$

L'urto sarà completamente anelastico se $p' = 0$

In questo caso le due particelle si “fondono” in una sola

Sarà un'esplosione se $p' > p$

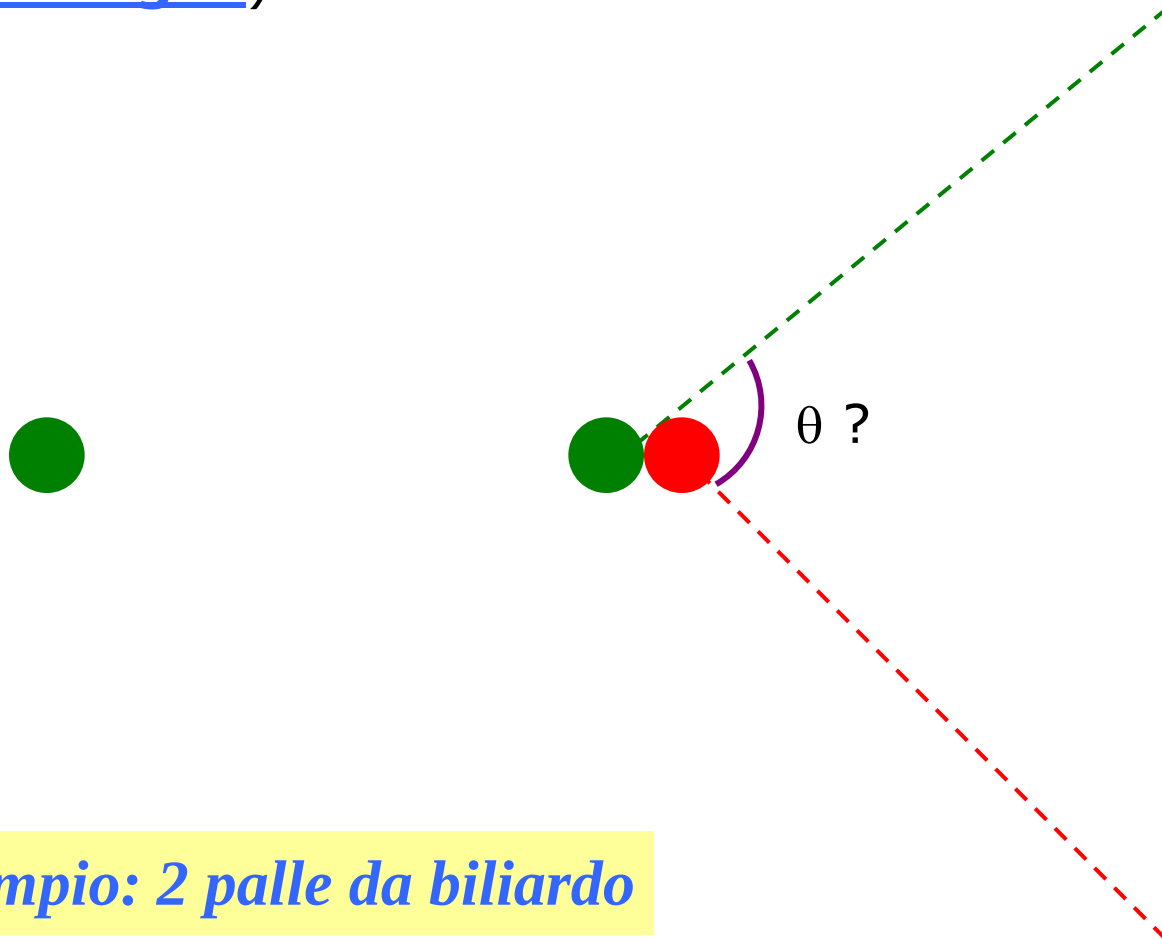
Nell'urto elastico quindi p può solo cambiare in direzione



$$|\vec{p}| = \text{costante}$$

Urti elastici

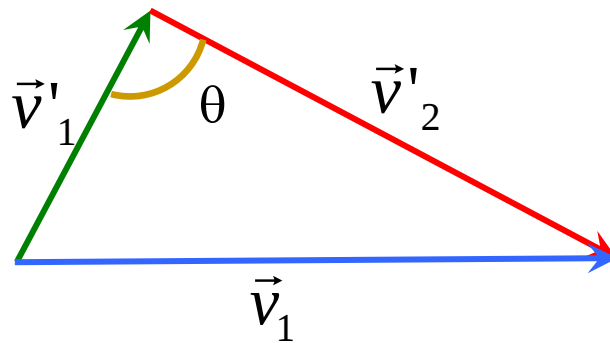
Urto elastico nel piano fra due masse uguali di cui una (bersaglio) e' inizialmente ferma



Esempio: 2 palle da biliardo

Dimostriamo che $\theta=90^\circ$

$$m\vec{v}_1 = m\vec{v}'_1 + m\vec{v}'_2 \Rightarrow \vec{v}_1 = \vec{v}'_1 + \vec{v}'_2$$



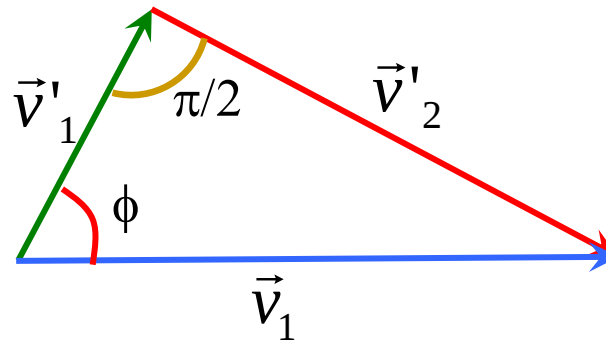
Ma se l'urto è elastico vale anche $v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$



il triangolo è rettangolo: $\theta=90^\circ$



Ricorda: vale solo se $m_1=m_2$



*deviazione del
proiettile*

$$v'_1 = v_1 \cos \phi \qquad v'_2 = v_1 \sin \phi$$

Nell'urto la particella 1 (proiettile) trasferisce parte della sua energia alla 2 (bersaglio) che era ferma.

Se il proiettile subisce molti urti la sua energia cinetica diminuisce sempre fino a fermarsi, ma non è persa perché ha messo in moto molte altre particelle bersaglio.

E' possibile calcolarsi anche l'angolo ϕ di deviazione o diffusione?

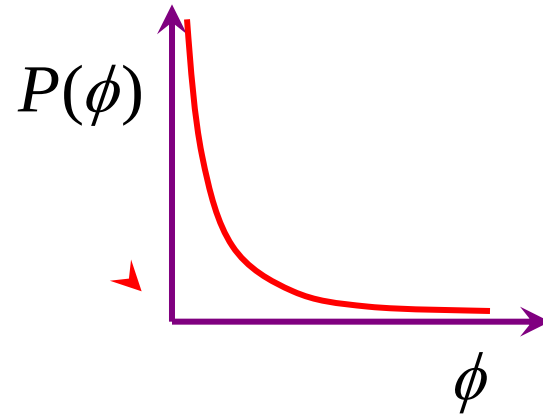
- Certamente in meccanica classica purché si conoscano esattamente le condizioni iniziali e i dettagli dell'urto
- In maniera **probabilistica** in meccanica quantistica

Possiamo ad esempio calcolare che su 1 milione di urti una certa frazione sarà deviata di un angolo ϕ fra 0° e 10° , un'altra fra 10° e 20° , un'altra ancora fra 20° e 30° ecc.

Ad esempio gli urti governati dalla forza di Coulomb
ossia quella fra cariche elettriche privilegiano deviazioni
molto piccole

→ La probabilità di una deviazione ϕ è proporzionale a

$$P(\phi) \propto \frac{1}{\sin^4(\phi/2)}$$



$$\frac{1}{2} m v_1'^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 \cos^2 \phi \approx \frac{1}{2} m v_1^2$$

ossia la particella proiettile perde pochissima energia

In altri casi, come urti di neutroni-neutroni e neutroni-protoni in cui entrano in gioco le forze nucleari, la collisione (a piccole energie) è isotropa ossia non ci sono angoli di deviazione privilegiati

$$P(\phi) = \text{costante}$$

e quindi il proiettile può perdere una frazione apprezzabile della sua energia in un singolo urto.

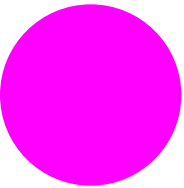
Da tenere a mente

L'angolo di **90°** fra le due particelle dopo un urto **elastico** lo abbiamo solo se le particelle hanno la **stessa massa**



Viceversa se due particelle di massa uguale emergono dall'urto **con un angolo diverso da 90° l'urto non può essere elastico**

Urti elastici collineari (in una dimensione)



Conservazione della quantità di moto

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$



$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i})$$



Applichiamo adesso la conservazione dell'energia

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$



$$m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$



$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i})$$

Usando la conservazione della quantità di moto

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$$



$$(v_{1i} + v_{1f}) = (v_{2f} + v_{2i})$$

Dalla prima equazione

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

e da quest'ultima

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

tiriamo fuori le velocità finali

$$v_{1f} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}$$

Particella 2 inizialmente a riposo: $v_{2i}=0$

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

Casi particolari

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i}$$
$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

I $m_1 = m_2 \Rightarrow v_{1f} = 0 \quad v_{2f} = v_{1i}$

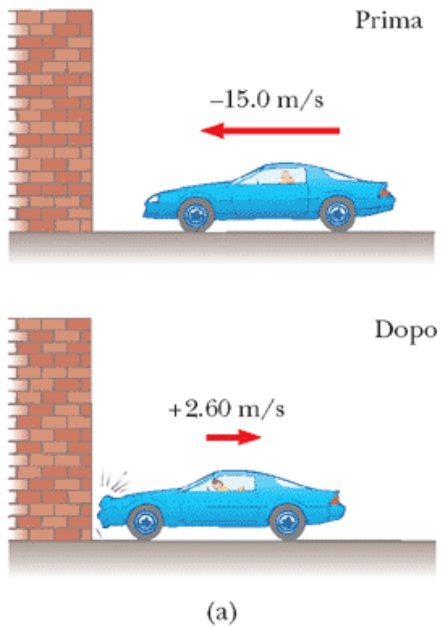
II $m_1 \gg m_2 \Rightarrow v_{1f} \approx v_{1i} \quad v_{2f} \approx 2v_{1i}$

III $m_1 \ll m_2 \Rightarrow v_{1f} \approx -v_{1i} \quad v_{2f} \approx 0$

Urti anelastici

Nell'urto anelastico l'energia cinetica non si conserva: una parte di essa si trasforma in calore. In un incidente automobilistico viene speso del lavoro per deformare le lamiere delle auto, lavoro che viene perso a causa dell'attrito.





(Tim Wright/CORBIS)

FIGURA 8.6

(Esempio 8.4) (a) La variazione della quantità di moto dell'auto come risultato della collisione con un muro. (b) In un test d'urto, la grande forza esercitata dal muro sull'auto può provocare estesi danni alla parte anteriore dell'auto.



Serway, Jewett
Principi di Fisica, IV Ed.
EdiSES

$$\Delta E = T_f - T_i = \frac{1}{2} m(2,6^2 - 15^2)$$

L'energia persa nell'urto anelastico è semplicemente la differenza fra l'energia cinetica finale e quella iniziale (quindi ha segno negativo)

Dato che per il Teorema di Koenig la sola parte di energia che varia nell'urto è quella **interna al CM** possiamo anche calcolarla come $\Delta E = T'_{\text{cm}} - T_{\text{cm}}$

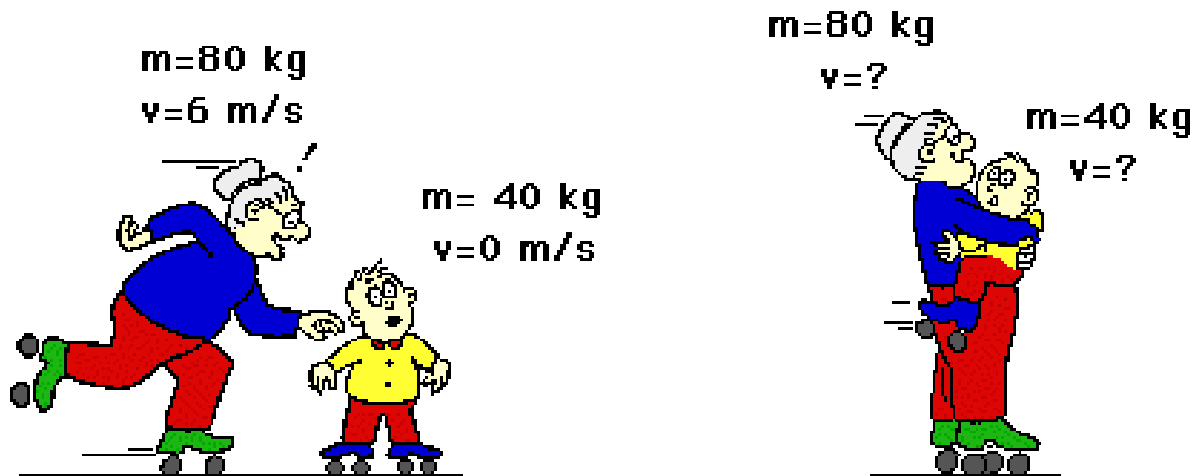
Nell'urto completamente anelastico tutta la T_{cm} viene spesa

Urto a due corpi

$$T_{\text{cm}} = \frac{1}{2} \mu w^2$$

dove $\vec{w} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ è la velocità relativa prima dell'urto.

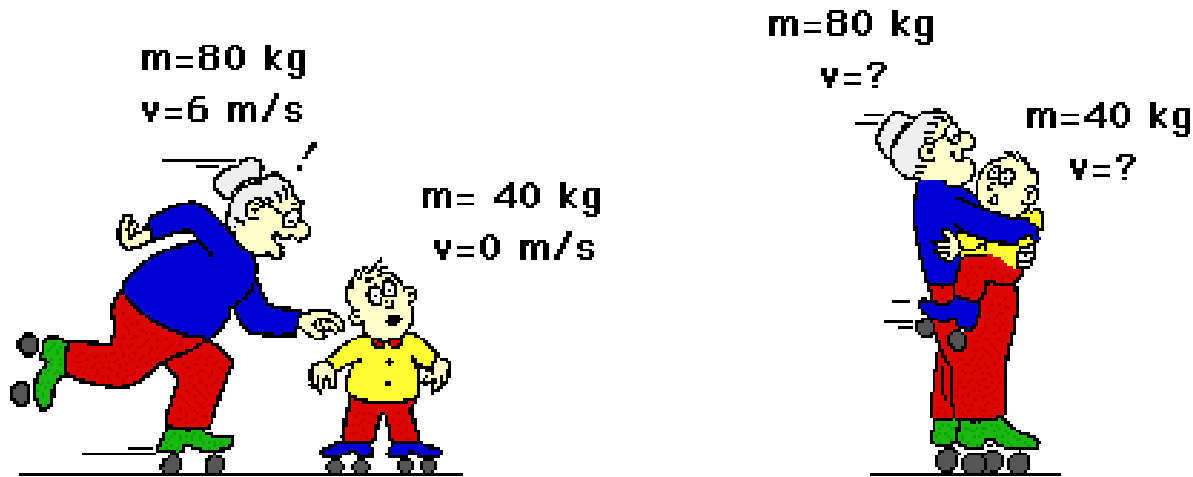
Nell'urto completamente inelastico avviene quindi che le due masse si fondano in un'unica massa ($w=0$) solidale col CM



$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2) \vec{V}_{\text{cm}}$$

$$V_{\text{cm}} = \frac{80 \cdot 6 + 40 \cdot 0}{120} = 4 \text{ m/s}$$

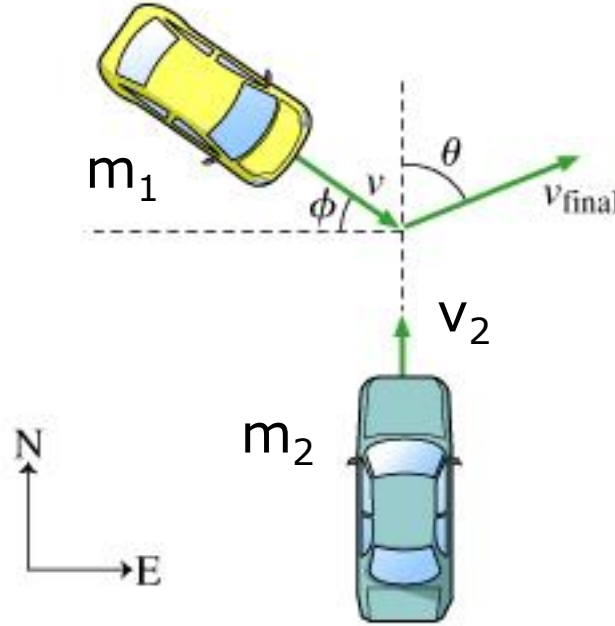
Energia dissipata



$$\mu = \frac{80 \cdot 40}{80 + 40} = 26,7 \text{ kg}$$

$$T_{\text{cm}} = \frac{1}{2} 26,7 \cdot (6 - 0)^2 = 481 \text{ J}$$

Auto restano incastrate

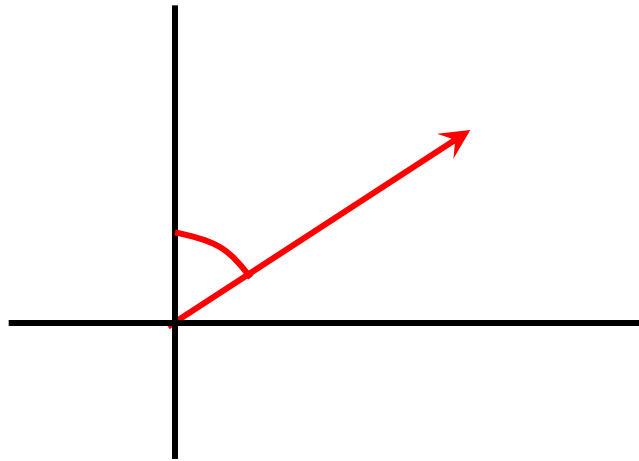


$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2) \vec{V}_{\text{cm}}$$

$$V_x = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \cos \phi$$

$$V_y = \frac{-m_1 v_1 \sin \phi + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Angolo θ



$$\tan \theta = V_x / V_y$$

Energia persa nell'urto (<0)

$$\Delta E = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V_{\text{cm}}^2 - \frac{1}{2} (m_1 v_{1i}^2 + m_2 v_{2i}^2)$$