

FISICA GENERALE I

Docente: Prof. G. Carboni
giovanni.carboni@cern.ch

Esercitatore: Dott. R. Petrillo
roberto.petrillo@roma2.infn.it

Anno Accademico 2012 - 2013

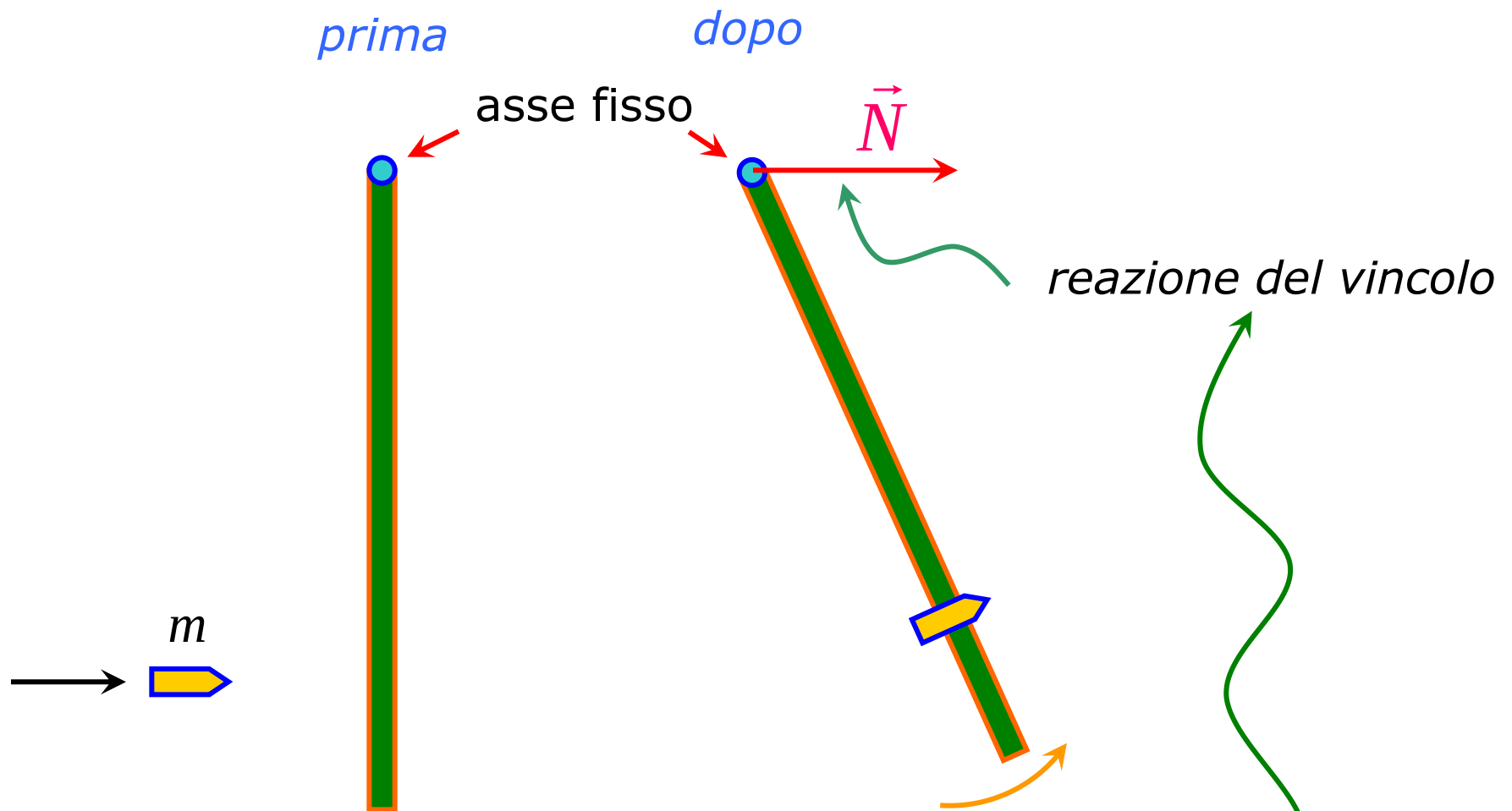
Queste lezioni sono scaricabili in formato pdf
dalla pagina

<http://people.roma2.infn.it/carboni>

UTENTE: fis1_studenti
PW: disp_fis1

➔ *Necessario Adobe Reader*

Problemi d'urto



Il sistema non è isolato (asse fisso)

⚠ Non si può usare la conservazione della quantità di moto

Tuttavia la reazione dell'asse ha momento nullo rispetto allo stesso



il momento angolare rispetto all'asse si conserva



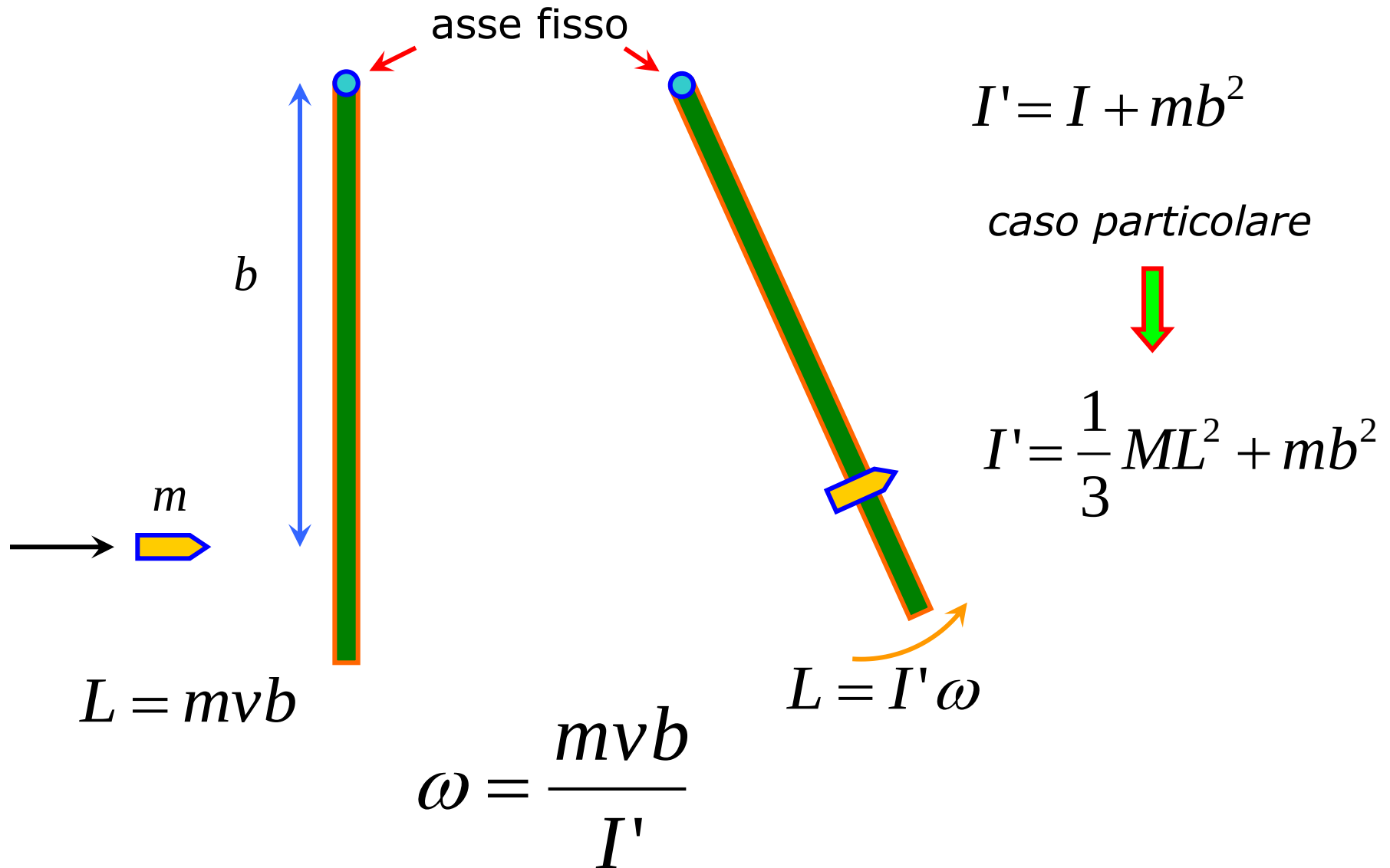


Negli urti contro corpi rigidi con asse fisso

- invece della conservazione della quantità di moto
- si applica la conservazione del momento angolare rispetto all'asse



Urto anelastico



la velocità tangenziale del proiettile (incastrato nell'asta) un istante dopo l'urto sarà quindi

$$v^* = \omega b = \frac{L}{I'} b = v \frac{mb^2}{I + mb^2} < v$$

Se avessimo applicato la conservazione della quantità di moto avremmo trovato il risultato sbagliato

$$v^* = v \frac{m}{m + M}$$

↖ *non c'è né I né b*

Energia dissipata nell'urto

Verifichiamo che l'urto è anelastico

$$E_i = \frac{1}{2}mv^2 \quad E_f = \frac{1}{2}I'\omega^2$$

$$E_f - E_i = \frac{1}{2}I'\omega^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}I'\left(\frac{mvb}{I'}\right)^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2\left(\frac{mb^2}{I + mb^2} - 1\right)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v^2 \left(\frac{m b^2}{I + m b^2} - 1 \right) = -E_i \frac{I}{I + m b^2}$$

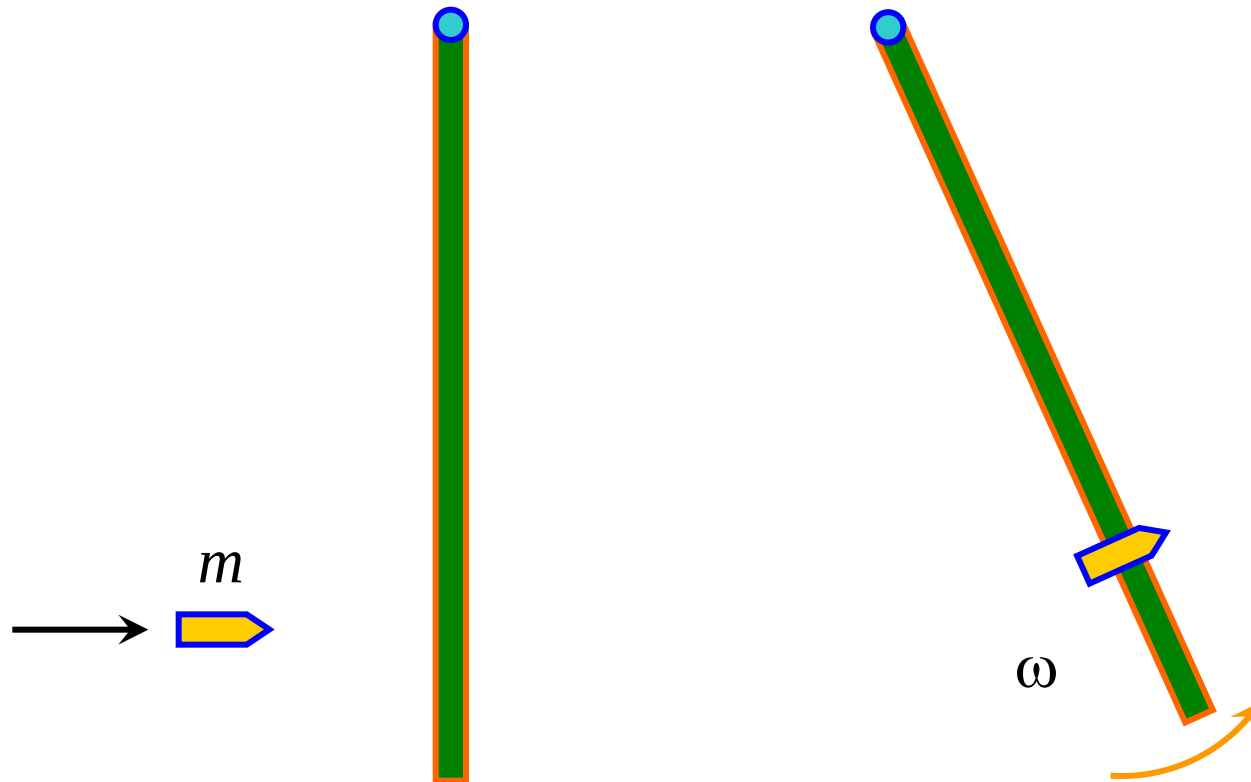
Quindi la frazione di energia persa è

$$\left| \frac{\Delta E}{E_i} \right| = \frac{I}{I + m b^2}$$

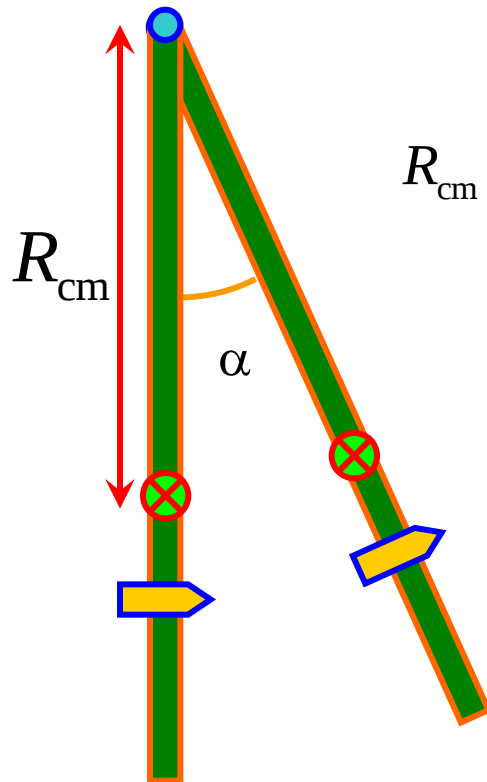
che si approssima al 100% se il proiettile è molto leggero rispetto al pendolo

Il pendolo balistico

Serve a misurare l'energia cinetica di un proiettile



Nel pendolo balistico si misura ω subito dopo l'urto applicando la conservazione dell'energia al sistema pendolo+proiettile incastrato



$$R_{\text{cm}} = \frac{M \frac{L}{2} + mb}{M + m}$$

$$\frac{1}{2} I' \omega^2 = \Delta U$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} I' \omega^2 &= (M + m) g R_{\text{cm}} (1 - \cos \alpha) = \\ &= (M \frac{L}{2} + mb) g (1 - \cos \alpha) \end{aligned}$$

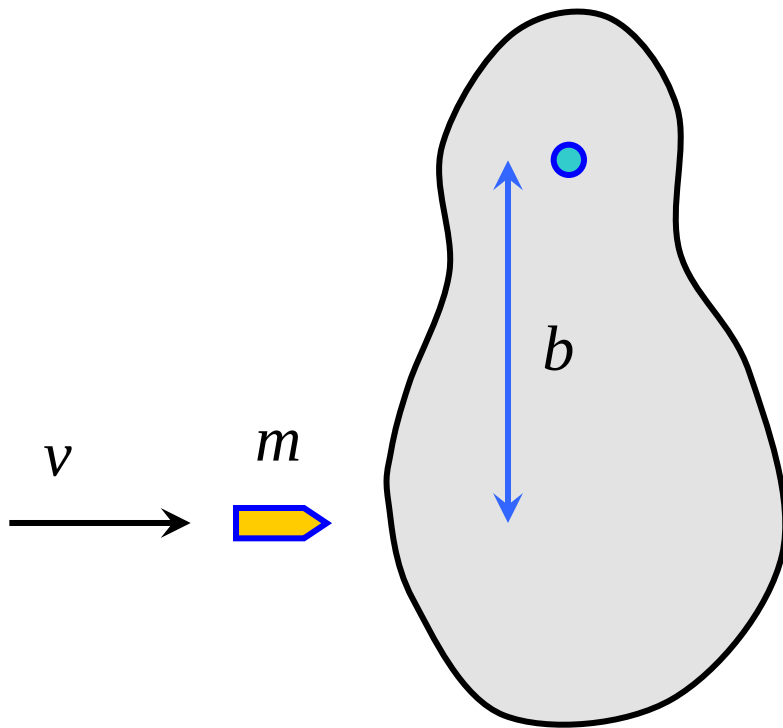
da cui è possibile risalire all'energia del proiettile incidente

$$E_i = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{I' \omega}{mb} \right)^2$$

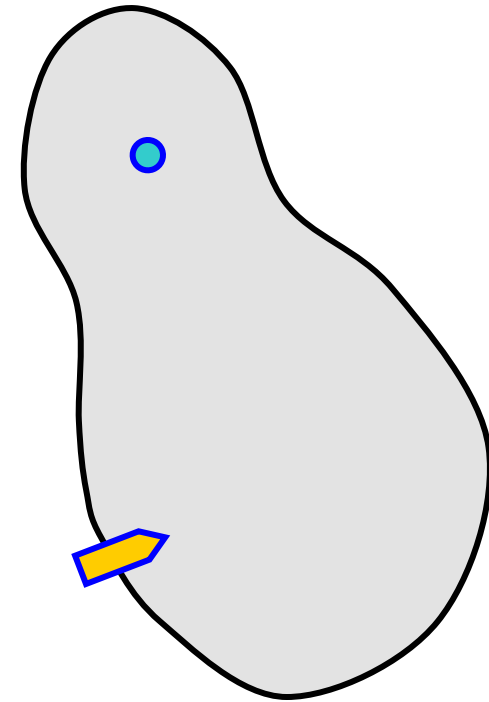
$$E_i = \frac{1}{2} I' \omega^2 \frac{I'}{mb^2}$$

dall'angolo α

Caso generale di urto anelastico

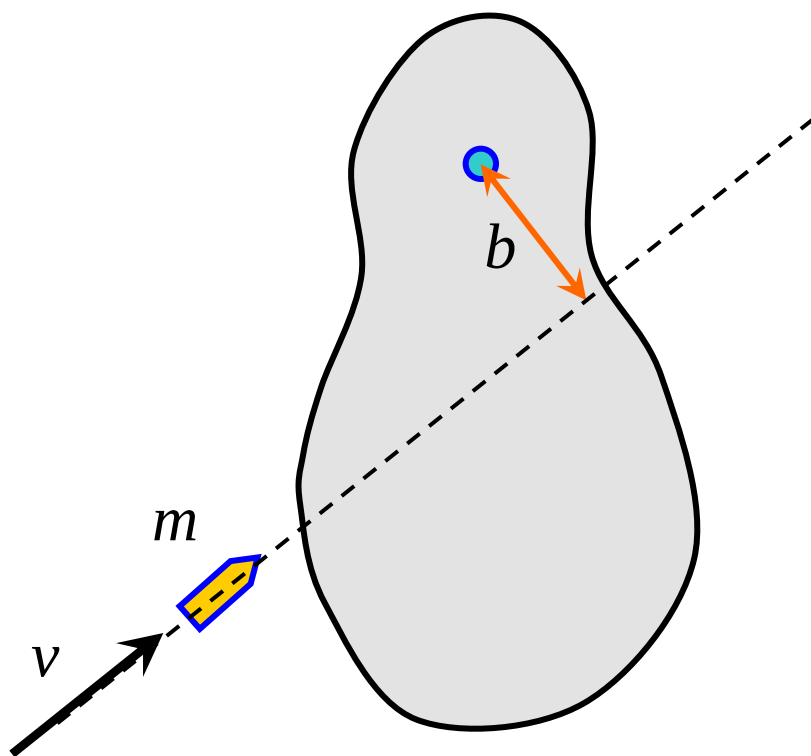


$$L = m v b = I' \omega$$



$$I' = I + m b^2$$

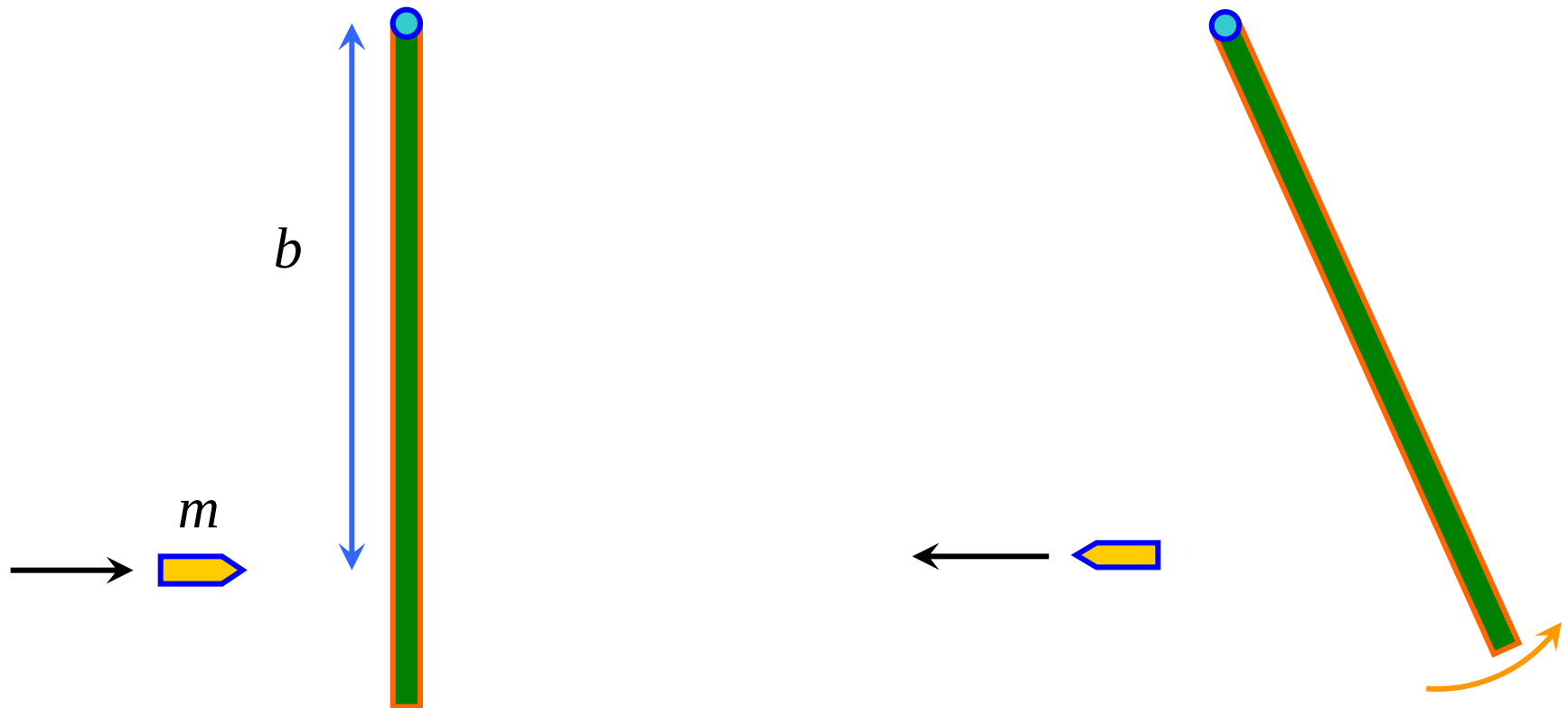
Caso generale II



$$L = m v b = I' \omega$$

Urto elastico

Oltre al momento angolare si conserva l'energia



$$L = m v b$$
$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

$$L = m v' b + I \omega$$
$$E = \frac{1}{2} m v'^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

Urto elastico

$$m(v - v')b = I\omega \quad \Rightarrow \quad v - v' = \frac{I\omega}{mb}$$

$$\frac{1}{2}m(v^2 - v'^2) = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad \Rightarrow \quad m(v - v')(v + v') = I\omega^2$$

$$I \frac{\omega}{b}(v + v') = I\omega^2 \quad \Rightarrow \quad v + v' = \omega b$$

$$2v = \frac{I\omega}{mb} + \omega b \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2v}{b} \cdot \frac{1}{1 + \frac{I}{mb^2}}$$

$$\omega = \frac{2v}{b} \cdot \frac{1}{1 + \frac{I}{mb^2}}$$

$$v' = v - \frac{I\omega}{mb} \quad \rightarrow \quad v' = v - \frac{2Iv}{mb^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{I}{mb^2}}$$

$$v' = v \frac{1 - \frac{I}{mb^2}}{1 + \frac{I}{mb^2}} = v \frac{mb^2 - I}{mb^2 + I}$$

$$v' = v \frac{mb^2 - I}{mb^2 + I}$$

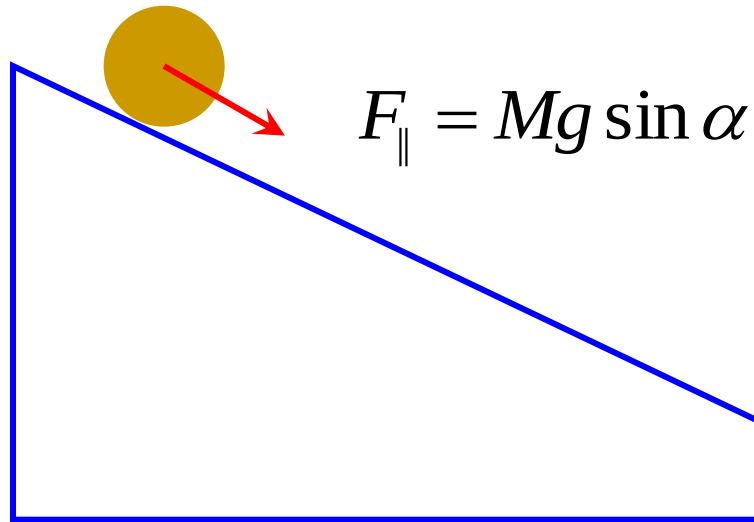
Al variare del parametro d'impatto b la velocità dopo l'urto può essere positiva, negativa o nulla.

Casi particolari

- proiettile che colpisce in $b = \sqrt{I / m} \rightarrow v' = 0$
- proiettile molto leggero rispetto al pendolo $\rightarrow v' = -v, \omega = 0$

Rotolamento

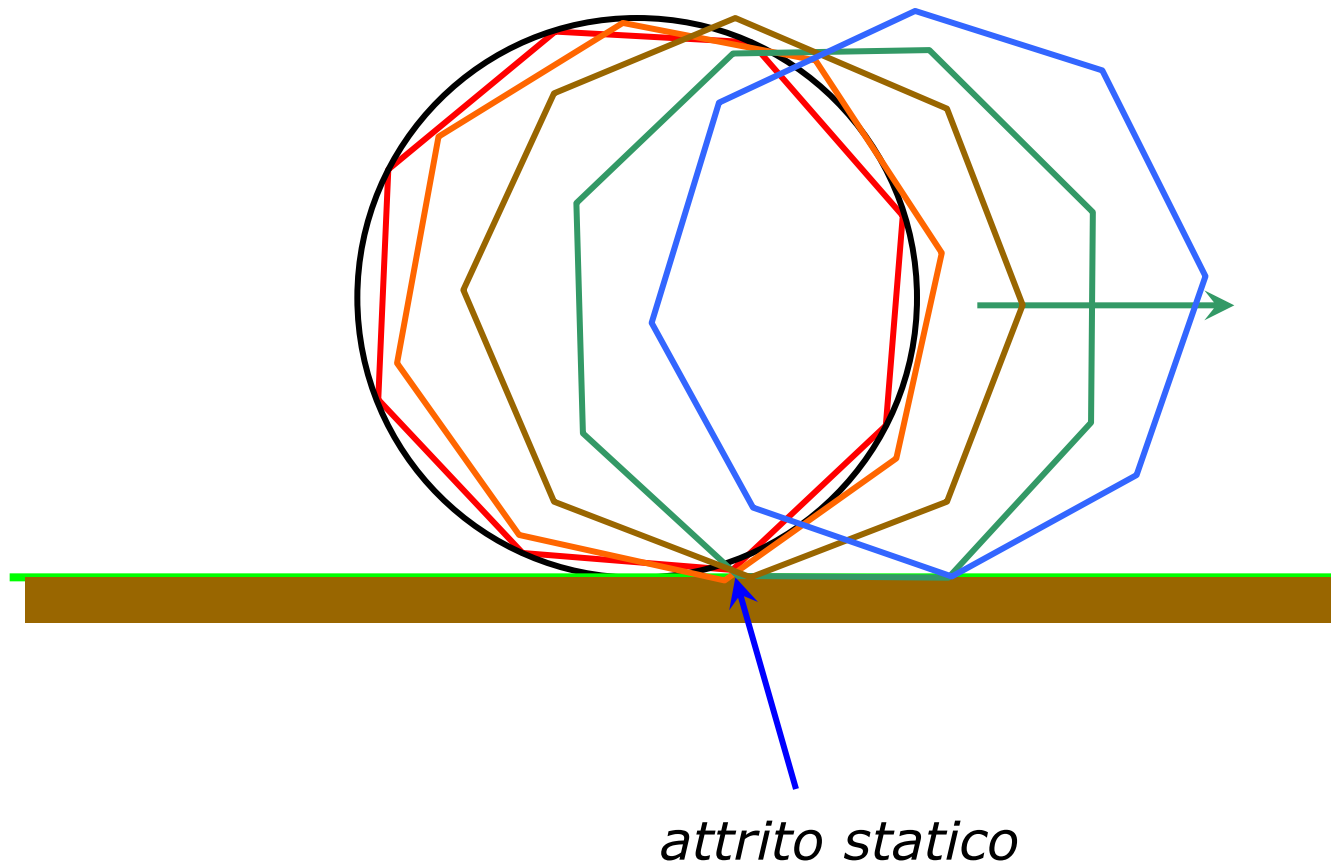
Ruota su piano inclinato



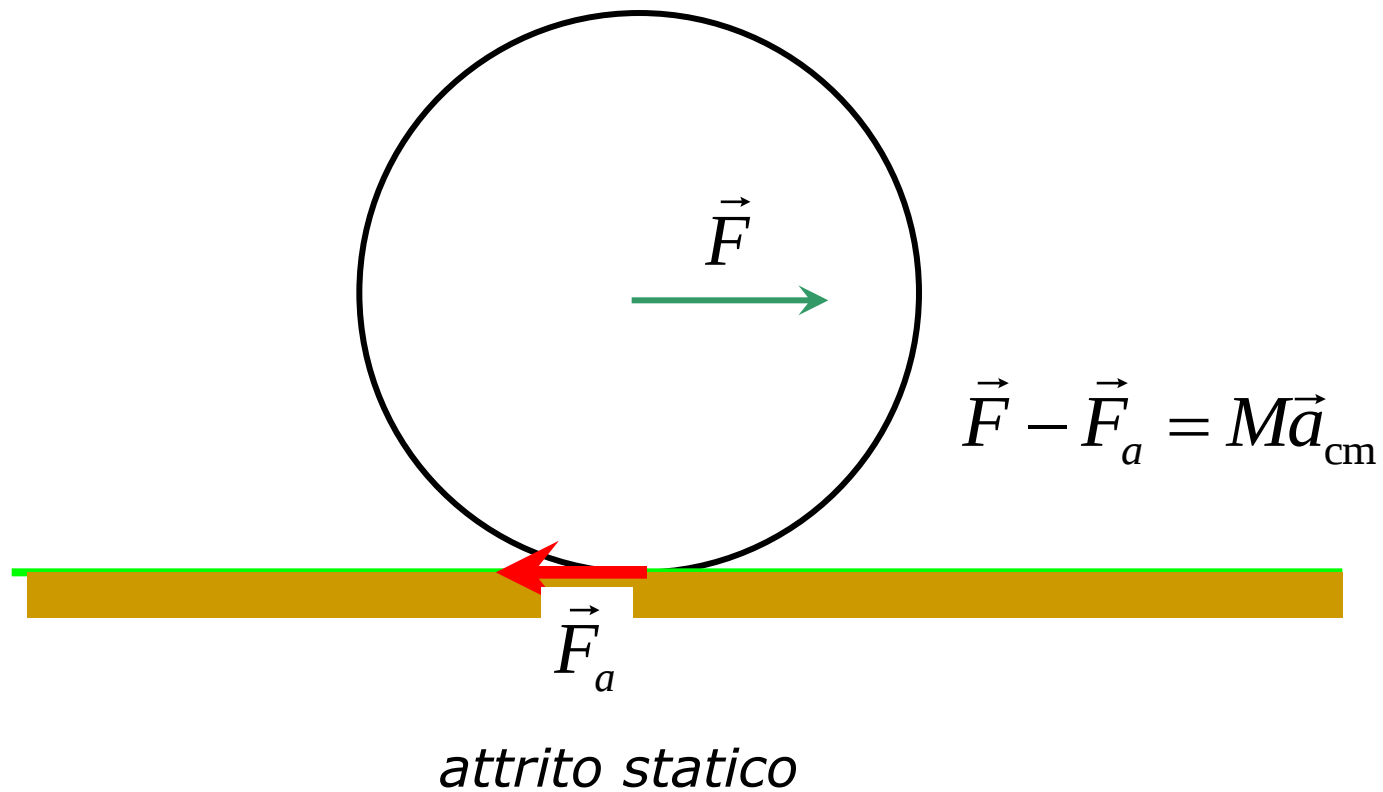
$$a_{\text{cm}} = \frac{MR^2}{I} g \sin \alpha$$

	I_{cm}	I	
Ruota piena	$\frac{1}{2}MR^2$	$\frac{3}{2}MR^2$	$a_{\text{cm}} = \frac{2}{3}g \sin \alpha$
Sfera cava	$\frac{2}{3}MR^2$	$\frac{5}{3}MR^2$	$a_{\text{cm}} = \frac{3}{5}g \sin \alpha$
Sfera piena	$\frac{2}{5}MR^2$	$\frac{7}{5}MR^2$	$a_{\text{cm}} = \frac{5}{7}g \sin \alpha$

La ruota



La ruota



Il punto in cui la ruota tocca terra è “istantaneamente” fermo: si dice che è un **centro istantaneo di rotazione**

Possiamo applicare la II equazione cardinale assumendolo come asse di rotazione e ricordandoci che il momento d'inerzia va calcolato col teorema di Huygens-Steiner

$$I = I_{\text{cm}} + MR^2$$

Per la ruota piena $I = \frac{3}{2}MR^2$

NB: è importante che l'asse sia fermo per applicare la II equazione cardinale nella forma che conosciamo

Inoltre abbiamo $\omega = -\frac{v_{\text{cm}}}{R}$ $\frac{d\omega}{dt} = -\frac{a_{\text{cm}}}{R}$

➔ il “-” viene dal fatto che quando la ruota va a destra gira in senso orario (negativo!)

Il momento della forza F rispetto all’asse vale $K = -RF$

$$I \frac{d\omega}{dt} = K \quad \Rightarrow \quad I a_{\text{cm}} = R^2 F$$

$$a_{\text{cm}} = \frac{R^2}{I} F$$

$$a_{\text{cm}} = \frac{2}{3} \frac{F}{M}$$

ruota piena

Abbiamo assunto che la ruota non slitti, quindi dev'essere

$$|F_a| \leq \mu_s Mg$$

Dalla prima equazione cardinale $F - F_a = Ma_{\text{cm}} = \frac{MR^2}{I} F$

$$F_a = F \left(1 - \frac{MR^2}{I} \right) \rightarrow F_a = \frac{F}{3} \quad \text{ruota piena}$$

$$\text{ruota piena} \quad F \leq 3\mu_s Mg$$

$$a_{\text{cm}} \leq 2\mu_s g$$

Energia cinetica della ruota

Per il Teorema di Koenig

$$T = \underbrace{\frac{1}{2} M v_{\text{cm}}^2}_{\text{traslazione}} + \underbrace{\frac{1}{2} I_{\text{cm}} \omega^2}_{\text{rotazione}}$$

Se non c'è strisciamento $v_{\text{cm}} = \omega R$

$$T = \frac{1}{2} M R^2 \omega^2 + \frac{1}{2} I_{\text{cm}} \omega^2 = \frac{1}{2} (M R^2 + I_{\text{cm}}) \omega^2$$

$$T = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Per teorema H-S