

# **FISICA GENERALE I**

**Docente: Prof. G. Carboni**  
**[giovanni.carboni@cern.ch](mailto:giovanni.carboni@cern.ch)**

**Esercitatore: Dott. R. Petrillo**  
**[roberto.petrillo@roma2.infn.it](mailto:roberto.petrillo@roma2.infn.it)**

Anno Accademico 2012 - 2013

Queste lezioni sono scaricabili in formato pdf  
dalla pagina

<http://people.roma2.infn.it/carboni>

UTENTE: fis1\_studenti  
PW: disp\_fis1

# Grandezze fisiche

I corpi materiali sono caratterizzati da

- estensione
- peso  $\Rightarrow$  massa

*Lunghezza e massa sono le grandezze necessarie e sufficienti per studiare la MECCANICA*

A lunghezza e massa dobbiamo aggiungere il TEMPO



**$L, M, T$**  sono dette grandezze **dimensionali**

Dimensioni:  $[L], [M], [T]$

Tutte le altre grandezze si ottengono da  $L, M, T$

Le loro dimensioni sono combinazioni di  $[L]$ ,  $[M]$ ,  $[T]$

## Esempi

- volume  $[V] = [L]^3$

- densità  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{L^3}$

$$[\rho] = \frac{[M]}{[V]} = \frac{[M]}{[L]^3} = [M][L]^{-3}$$

- velocità

$$v = \frac{l}{t}$$

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [L][T]^{-1}$$

Non si possono uguagliare, sommare, sottrarre grandezze di dimensione diversa

Se  $a=b \rightarrow [a] = [b]$



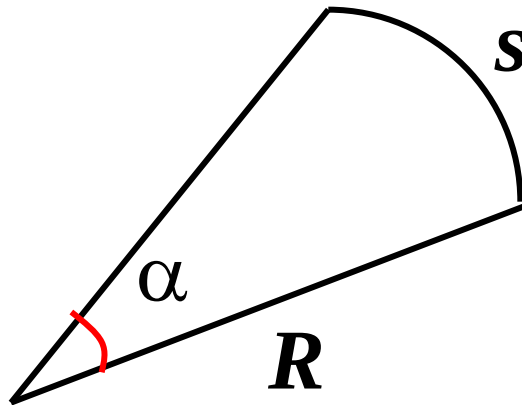
**Attenzione agli errori dimensionali!!!**

# Grandezze adimensionali

In pratica numeri.....

Rapporti di grandezze della stessa dimensione

Gli angoli in radianti sono adimensionali. Infatti



$$\alpha = \frac{\text{lungh. arco}}{\text{raggio}} = \frac{s}{R}$$
$$[\alpha] = \frac{[L]}{[L]} = 1$$

# Grandezze adimensionali

Tutti gli argomenti di funzioni **trascendenti** devono essere adimensionali

➔ seno, coseno, tangente, logaritmo, exp ecc.

$\tan\left(2\pi \frac{x}{A}\right)$  →  $[x] = [A]$

numero                      massa

$\cos\left(\frac{m}{2,41t}\right)$  è sbagliato

                                         tempo

# Le unità di misura

Sistema Internazionale (MKS: METRO KILOGRAMMO SECONDO)

Unità di lunghezza

**metro** abbreviato **m** con sottomultipli e multipli:

- **mm millimetro = 0,001 m =  $10^{-3}$  m**
- **cm centimetro = 0,01 m =  $10^{-2}$  m**
- **km kilometro = 1000 m =  $10^3$  m**

eccetera

Com'è definito il metro ?

- Originariamente (1791) era  $1/10.000.000$  del meridiano terrestre
- Successivamente e fino al 1960 fu un campione di lega di Pt-Ir conservato a Sèvres



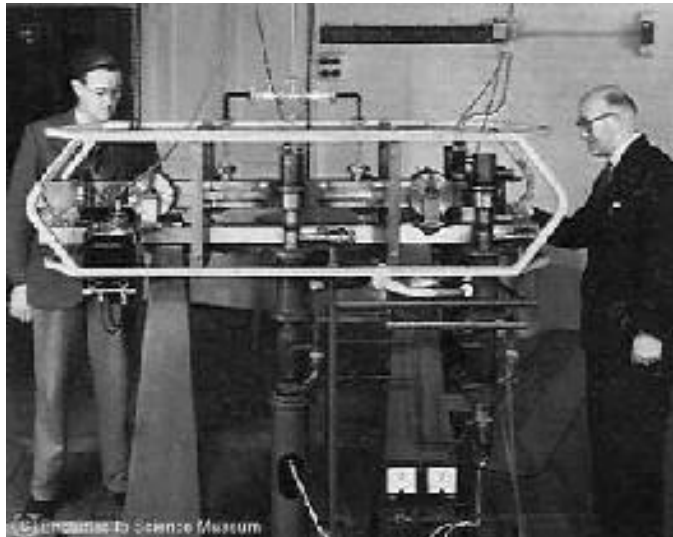
- Dal 1960 al 1983 la lunghezza fu definita pari a 1 650 763,73 lunghezze d'onda nel vuoto della radiazione corrispondente alla transizione fra i livelli 2p<sub>10</sub> e 5d<sub>5</sub> dell'atomo di <sup>86</sup>Kr
- Dal 1983 è definito come il percorso della luce nel vuoto in un tempo di 1/299 792 458 secondi



**Significa che la luce va per definizione a  
299.792.458 metri al secondo  
(~ 300.000 km/s)**

Quindi il metro è in realtà derivato da **due campioni**

- il secondo  
definito come il tempo in cui la radiazione emessa  
fra due particolari livelli di  $^{133}\text{Cs}$  compie  
9 192 631 770 oscillazioni
- la velocità della luce nel vuoto  
che è la stessa per ogni osservatore



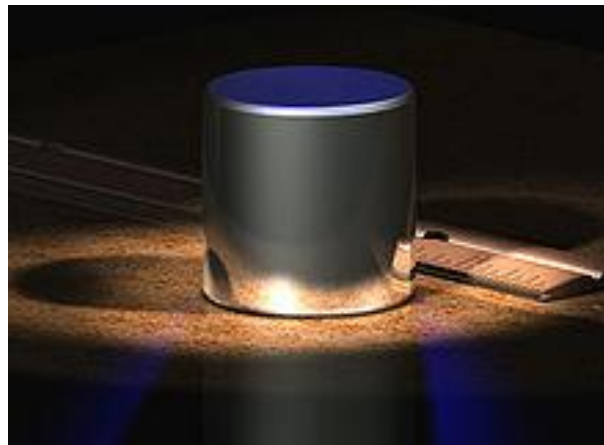
1955

Com'è definito il kilogrammo?

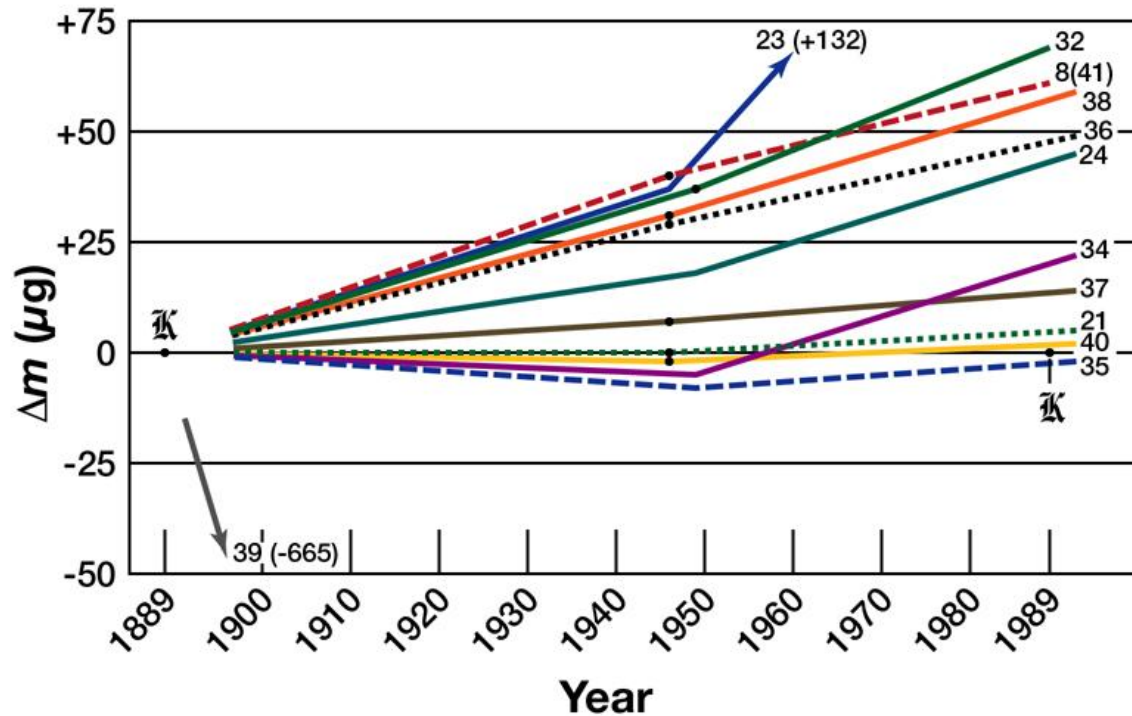
- Originariamente (1795) definito come la massa di un decimetro cubo d'acqua (1 litro)



- Dal 1889 è un campione (IPK = International Prototype Kilogram) fatto di una lega di Pt-Ir conservato a Sèvres in Francia

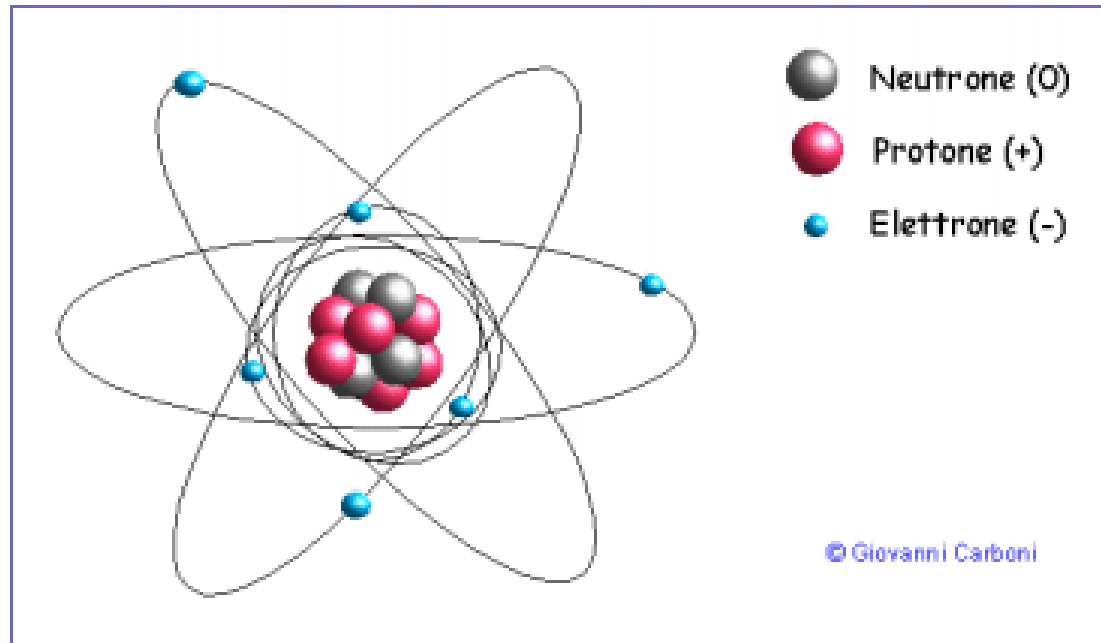


Sembra che la massa del kg campione e delle sue copie mostrino uno scostamento dipendente dal tempo

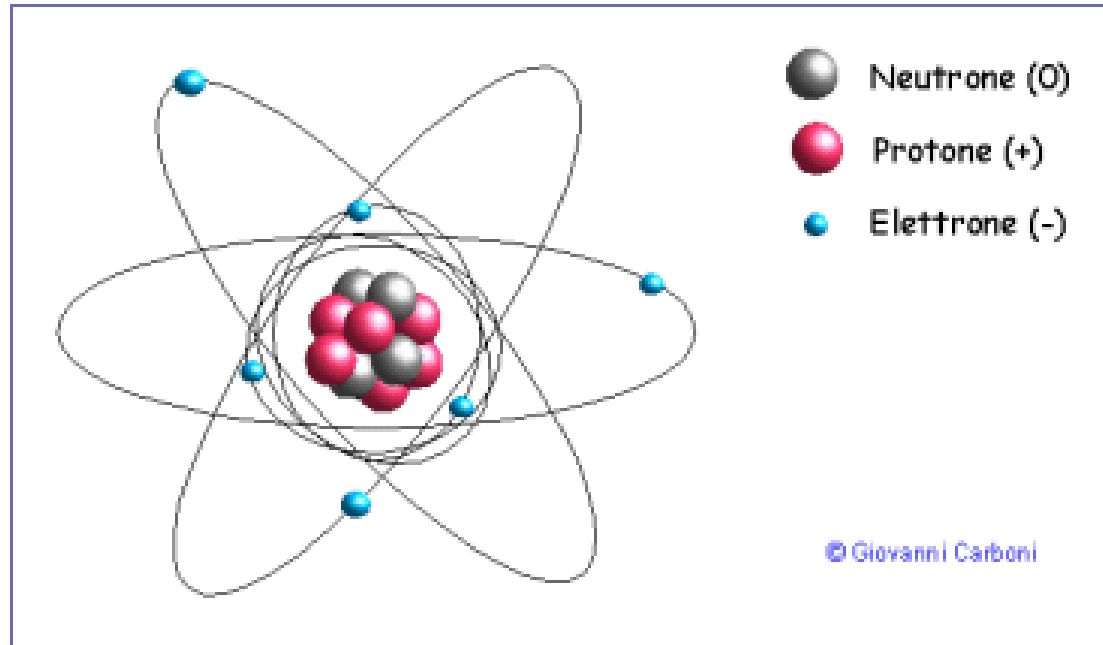


Un campione atomico di massa sarebbe la soluzione ideale e la sua introduzione è in programma nel (prossimo?) futuro

Materia → costituita di atomi



92 elementi naturali  
+ altri 15 artificiali (ottenuti con reazioni nucleari)



Proprietà chimiche  $\Leftrightarrow$  elettroni  
No. elettroni = No. protoni =  $Z$

Nucleo  $\Leftrightarrow$  massa dell'elemento  
Determinato da No. protoni + No. neutroni =  $A$

Un atomo è caratterizzato da

- estensione
  - atomo di idrogeno  $r=0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
- peso => massa
  - concentrata nel nucleo
  - $m_p \approx m_n \approx 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

data la piccolissima massa di un atomo per ottenere un oggetto di massa apprezzabile occorre un numero enorme di atomi, dell'ordine di

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$$

che come sapete si chiama il Numero di Avogadro.

$$6,02 \cdot 10^{23} \times 1,67 \cdot 10^{-27} = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 1 \text{ grammo}$$

# CINEMATICA

Descrizione delle caratteristiche del moto

# Come descrivere un corpo?

## Si comincia a dire dove sta

- le dimensioni sono importanti
- ci rendiamo facilmente conto che studiare il moto di una pallina è più semplice di quello di oggetti più complessi

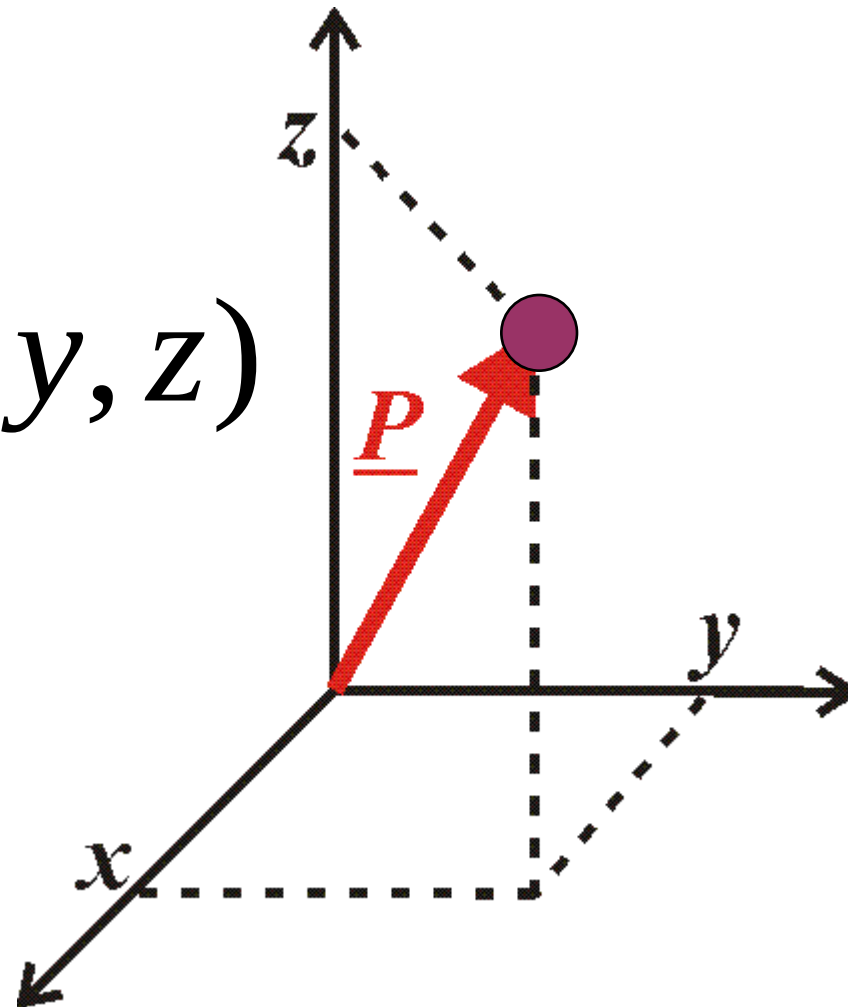
Infatti per dire dove si trova la pallina bastano 3 coordinate

- $x$
- $y$
- $z$

o meglio, ne basterebbero 3 se la pallina fosse piccolissima  
“senza dimensioni” o “senza struttura”

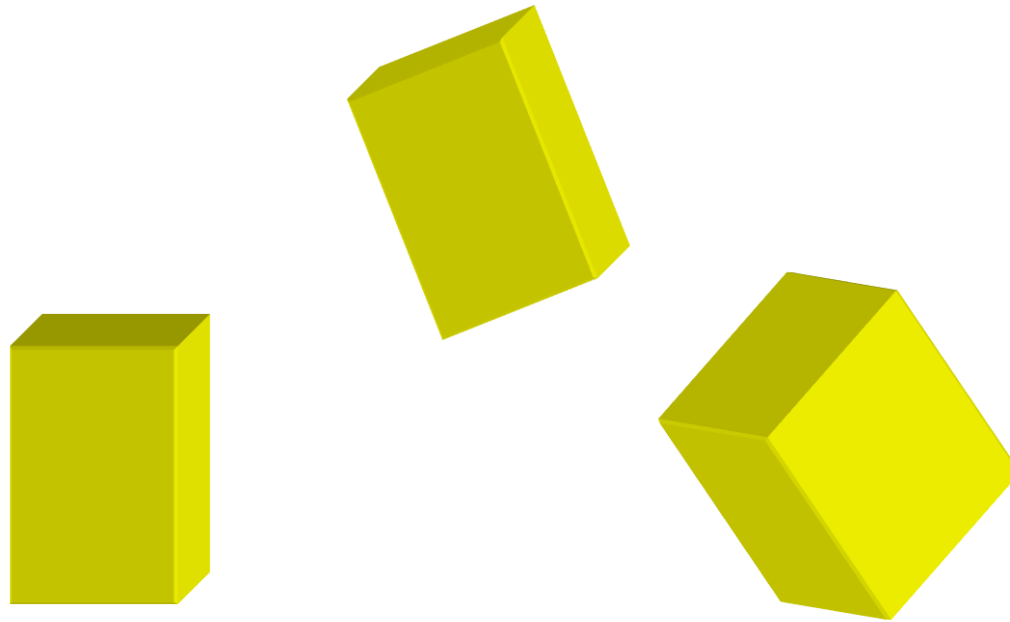
→ un punto materiale

$$\underline{P} \equiv (x, y, z)$$



Coordinate cartesiane ortogonali

3 coordinate non bastano per individuare/descrivere quest'oggetto



infatti dovrei anche descrivere l'orientazione del corpo per conoscerne lo stato. L'oggetto ha una **struttura**

Il problema è più complicato

Il caso precedente (un blocchetto) è ancora relativamente semplice. Se volessimo studiare l'acqua in un bicchiere o una nuvola di vapore saremmo in una situazione ancora più complicata.

Però possiamo pensare che anche il corpo più complicato si può ridurre a un insieme di tanti minuscoli punti materiali

Parliamo di **PUNTO MATERIALE** quando abbiamo a che fare con un corpo

- privo di **STRUTTURA**
- estremamente **PICCOLO**

in definitiva un punto matematico le cui coordinate sono  $x, y, z$

Possiamo anche chiamarlo PARTICELLA

Questo è il corpo più semplice da studiare

Un atomo, pur piccolissimo, ha una struttura interna (nucleo, elettroni) per cui non è un punto materiale.

Un elettrone, un protone o un neutrone  
sono dei buoni candidati

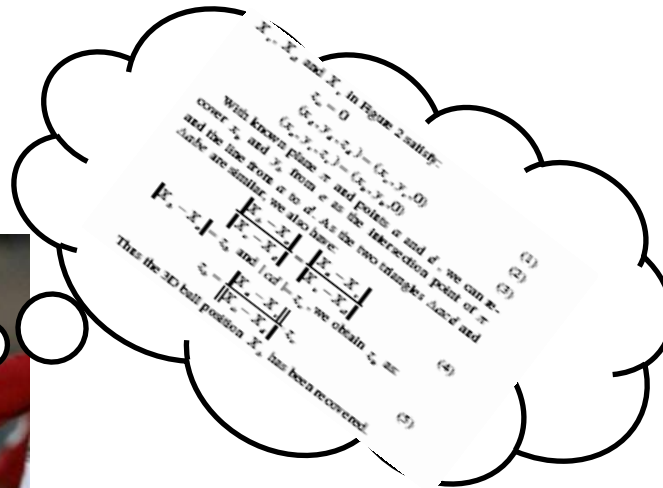
In particolare, si è **misurato** che l'elettrone  
ha un raggio inferiore a  $10^{-17}$  m

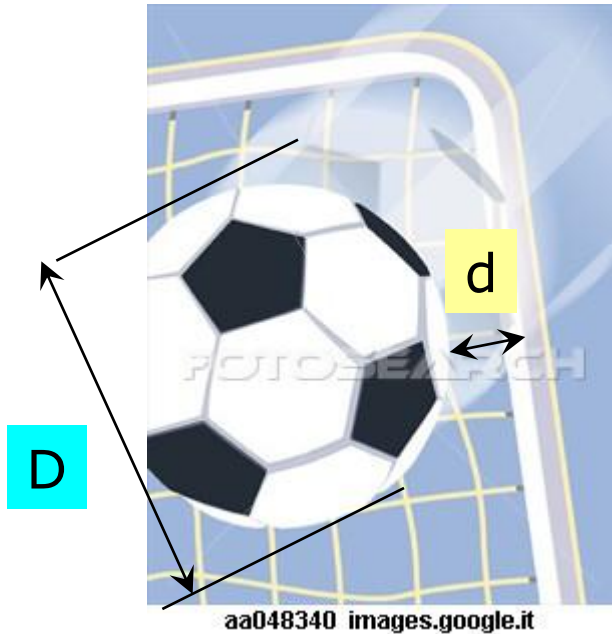
Ma fortunatamente spesso e volentieri possiamo assimilare a punto materiale anche un oggetto esteso della cui dinamica interna non ci interessiamo





Ad esempio, è presumibile che gli spicchi neri non influenzino la traiettoria del pallone. Si può considerarlo un punto materiale





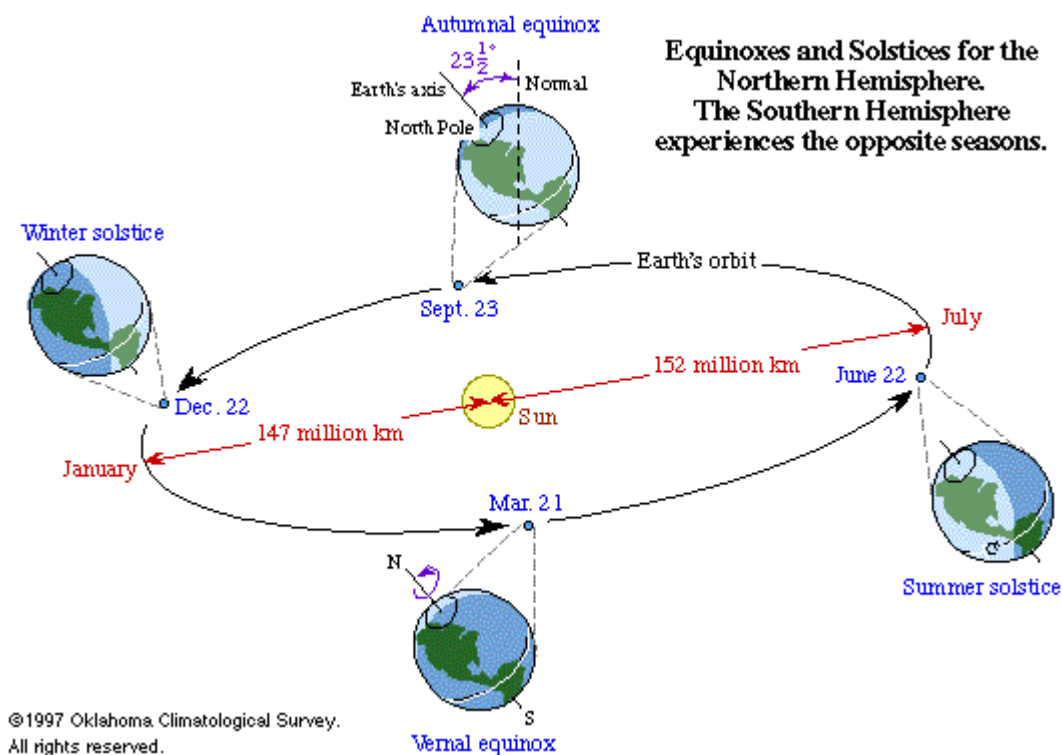
Ma se siamo vicini a un palo della porta non possiamo più trascurare le dimensioni del pallone e considerarlo un punto

L'approssimazione di punto materiale in questo caso va bene se

$$D < d$$

La Terra non è un punto materiale

Tuttavia per studiare il suo moto intorno al Sole possiamo considerarla tale in quanto le sue dimensioni sono molto minori delle dimensioni dell'orbita



Raggio Terra  
 $\approx 6,4 \cdot 10^3 \text{ km}$   
 $\ll$   
Raggio orbita  
 $\approx 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$

Ricapitoliamo:

- un punto materiale è descritto solo dalle 3 coordinate spaziali
- se si muove nel piano bastano 2 coordinate
- se si muove su una linea ne basta 1 sola

Parliamo anche di

*gradi di libertà*

Per il PM coincidono con le coordinate e sono 3, 2 o 1

## Sistema di riferimento

Per studiare il moto dobbiamo farlo rispetto a un sistema di riferimento.

Che cos'è?

E' un insieme di corpi fissi l'uno rispetto all'altro e rispetto ai quali studiamo il moto del PM

## Esempi

- la stanza dove ci troviamo
- il laboratorio nella stanza
- il suolo

Notiamo che se la stanza è in un edificio solidale col suolo questi tre sistemi di riferimento sono in realtà lo stesso

altri esempi

- un vagone ferroviario
- una nave
- un aereo

Questi essendo in movimento non coincidono con il territorio/stanza/laboratorio

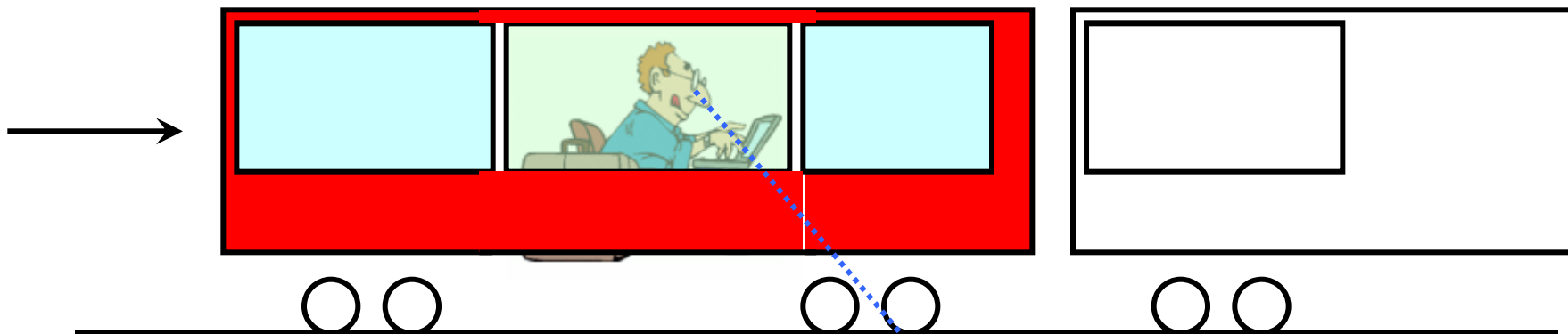
Vedremo in seguito che non esistono sistemi di riferimento privilegiati

Siamo liberi di studiare il sistema di riferimento che preferiamo e che ci sembra più comodo

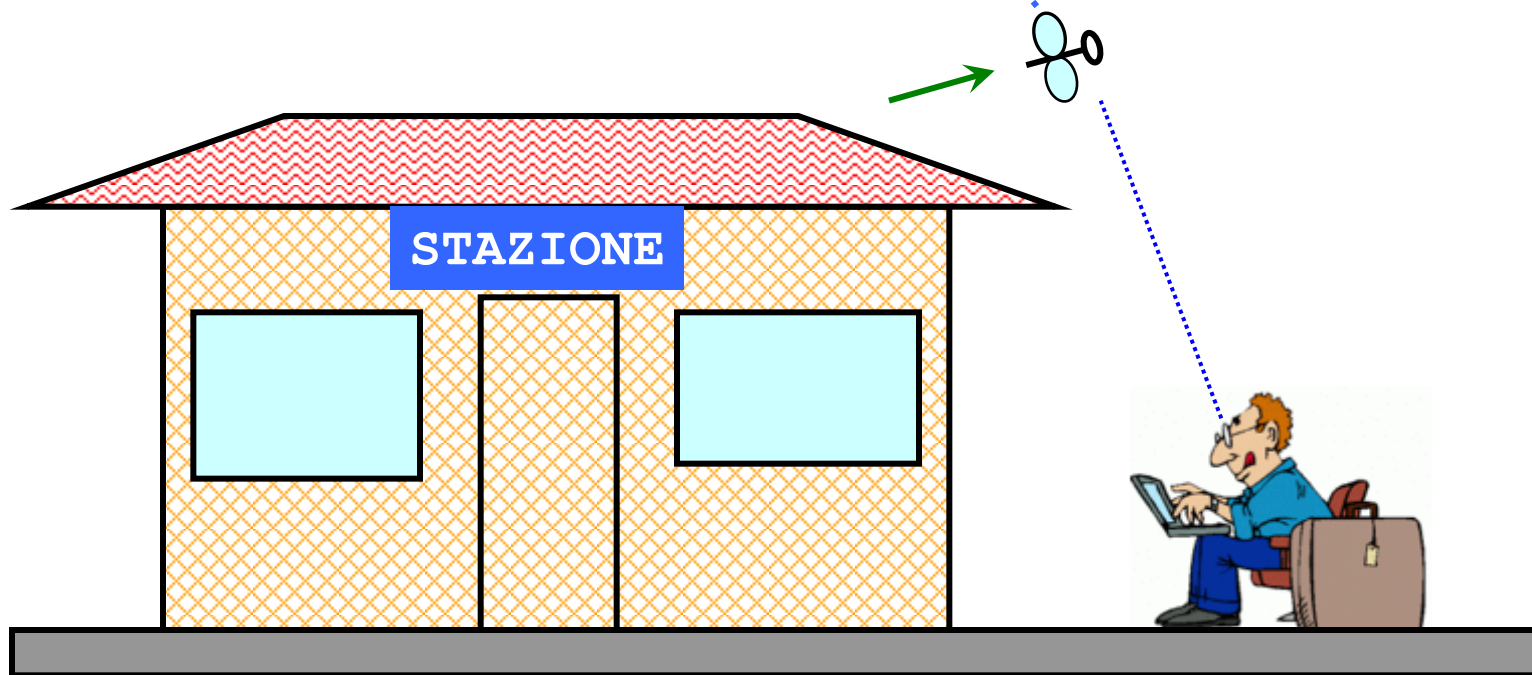
Se vogliamo studiare il moto di una mosca che vola in una stanza è naturale scegliere la stanza come sistema di riferimento

Se invece la mosca vola in un vagone ferroviario conviene scegliere il riferimento solidale col vagone

*L'importante è che l'osservatore in un riferimento possa comunicare i risultati a quello nell'altro riferimento e che questi risultati non si contraddicano*



Moto studiato in due sistemi di riferimento



Per l'osservatore sul treno la zanzara va a sinistra  
velocissima

Per quello a terra va a destra più piano

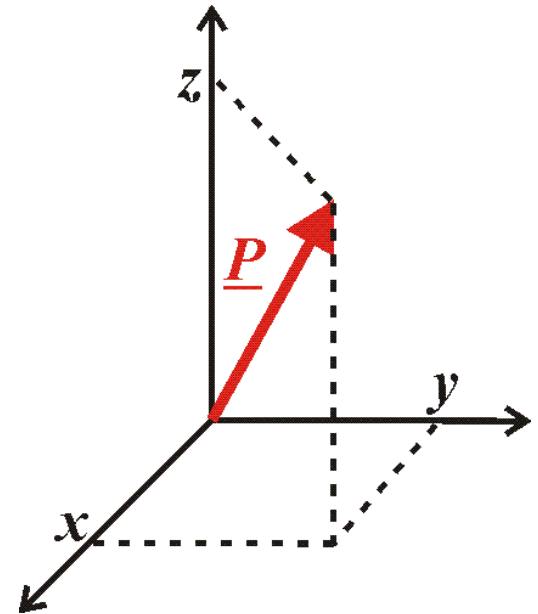
*La contraddizione è solo apparente: se conosciamo  
la velocità del treno le due osservazioni diventano  
compatibili*

## Sistema di coordinate

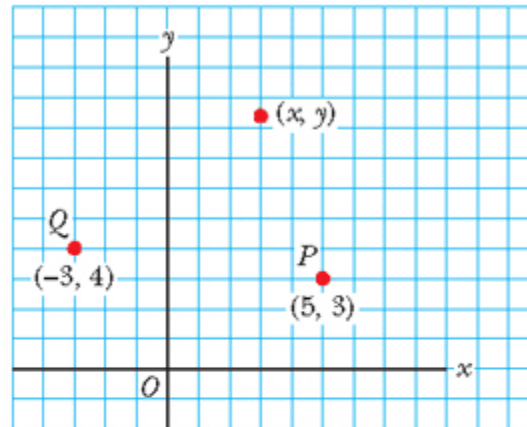
Una volta scelto il sistema di riferimento dobbiamo scegliere il sistema di coordinate

Useremo il sistema di coordinate per tradurre matematicamente la posizione del PM

***Nello spazio →***



***Nel piano →***



**FIGURA 1.3** Indicazione dei punti in un sistema di coordinate cartesiane. Ogni quadratino nel piano  $xy$  ha 1 m di lato. Ciascun punto è contrassegnato con le coordinate  $(x, y)$ .



Serway, Jewett  
Principi di Fisica, IV Ed.  
EdiSES

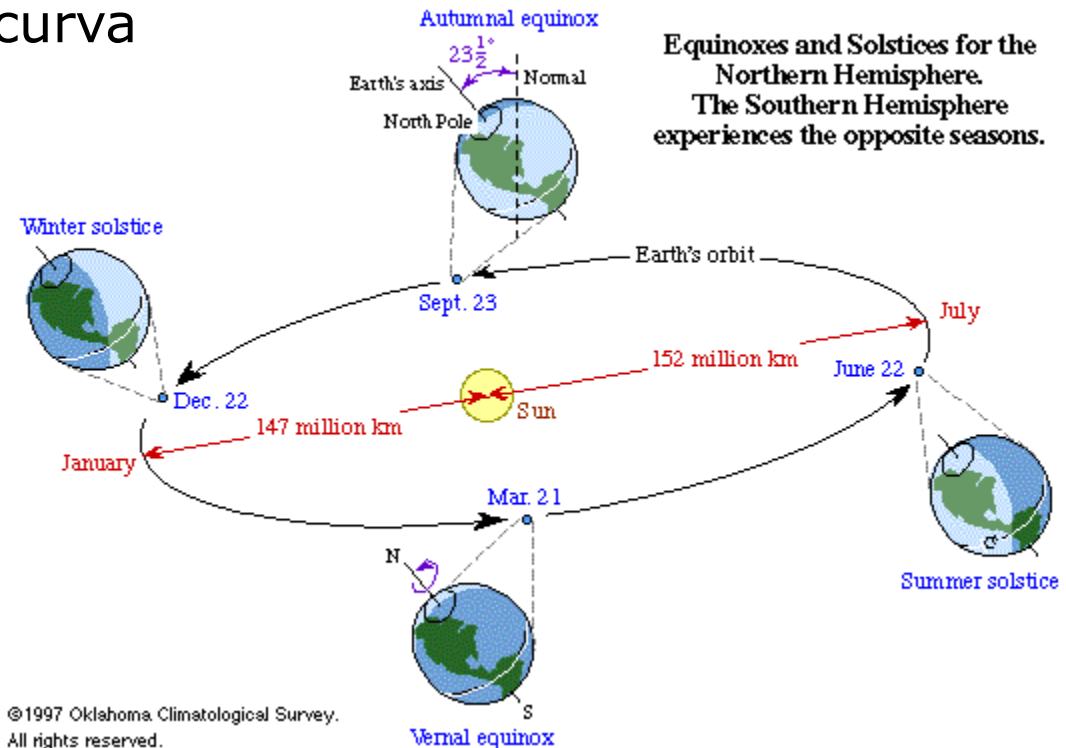
## La traiettoria

Il PM muovendosi occupa una successione di posizioni distinte al variare del tempo

La **TRAIETTORIA** è il luogo di tutti questi punti

In genere è una linea curva

*Se è anche chiusa allora  
il moto è limitato  
come nel caso delle  
orbite planetarie*

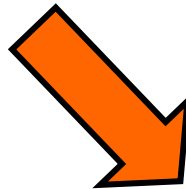


# Gradi di libertà

Cosa sono?

Per un punto materiale corrispondono al numero di coordinate che serve a descriverne il moto

- nello spazio i gdl sono 3
- su un piano sono 2
- su una linea sono 1

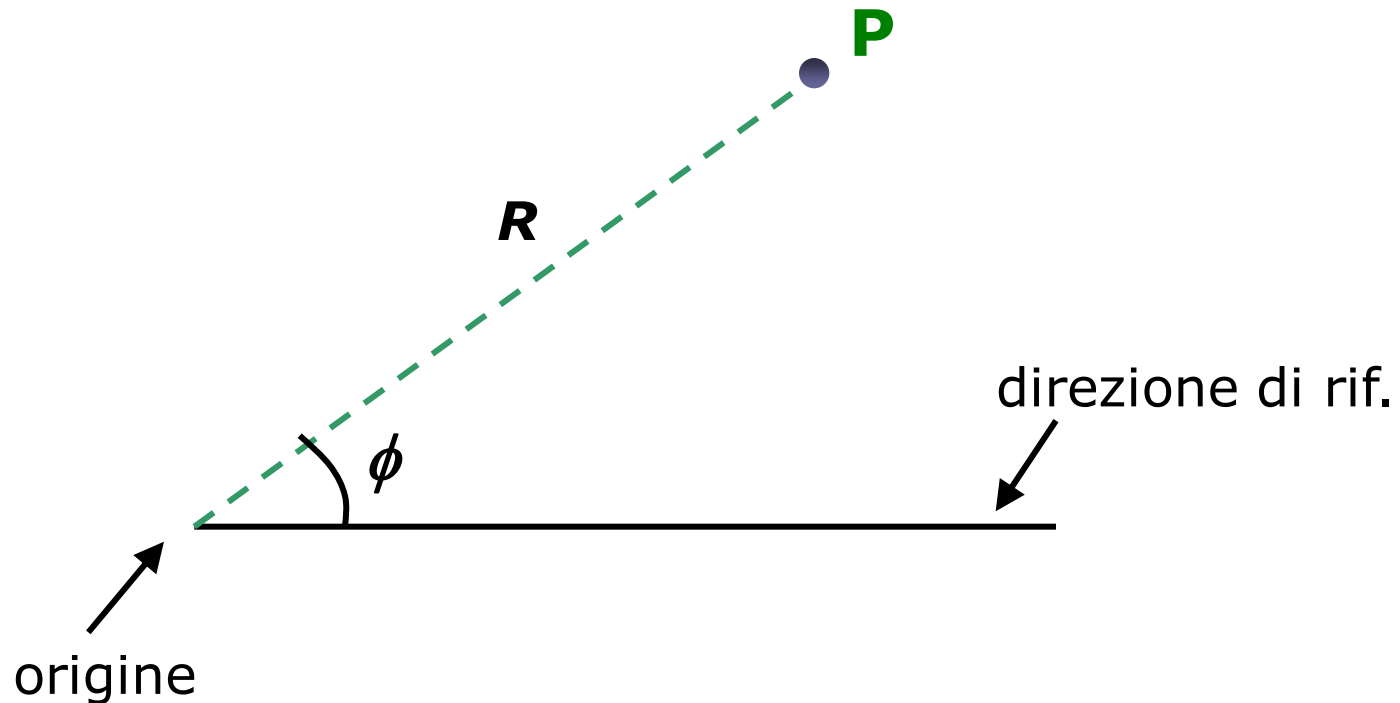


***Il numero di gradi di libertà non cambia anche se  
cambiamo sistema di coordinate***

## Esempio nel piano

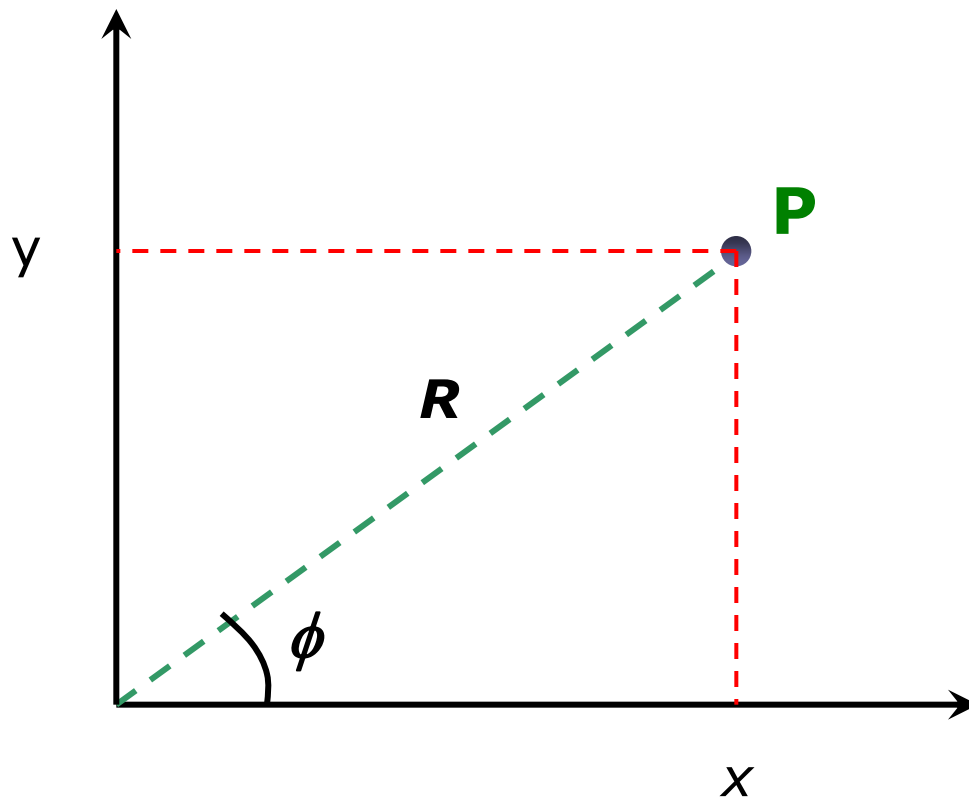
Non siamo obbligati a usare le coordinate cartesiane

Una scelta alternativa sono le coordinate polari ( $\mathbf{R}, \phi$ )

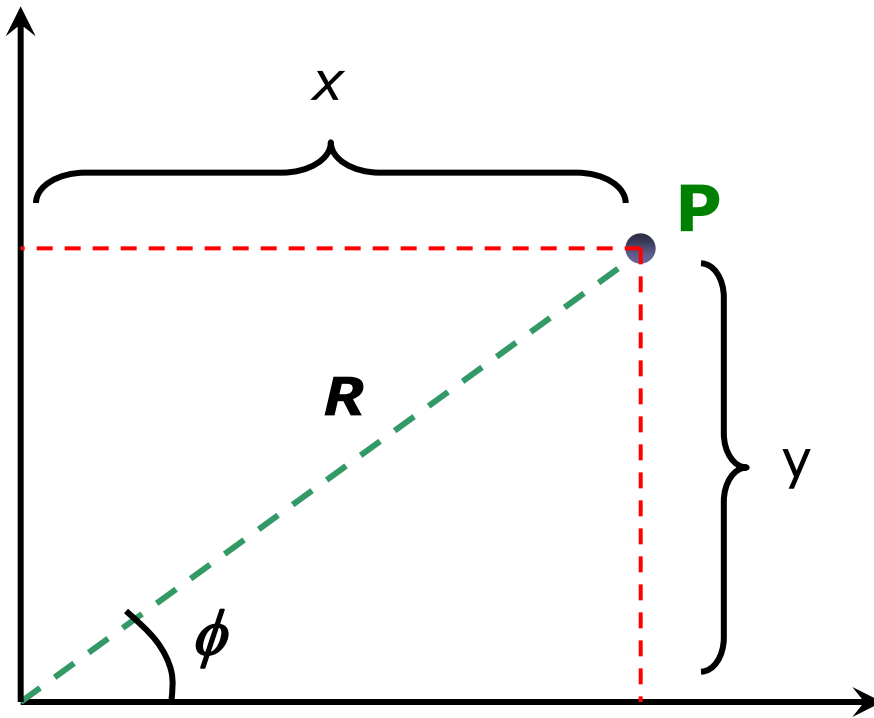


Le coordinate restano 2 anche se usiamo  
quelle polari

→ **il numero di gradi di libertà è ancora 2**



E' possibile passare da un sistema di coordinate all'altro  
 $(x,y) \Leftrightarrow (R,\phi)$

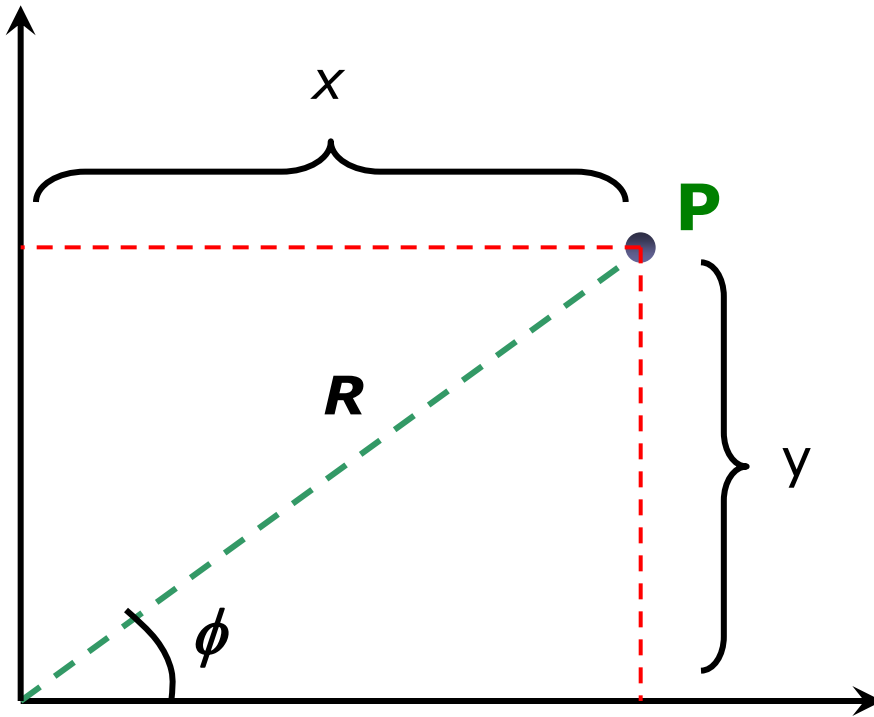


$$R = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \phi = \frac{y}{x} \Rightarrow$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

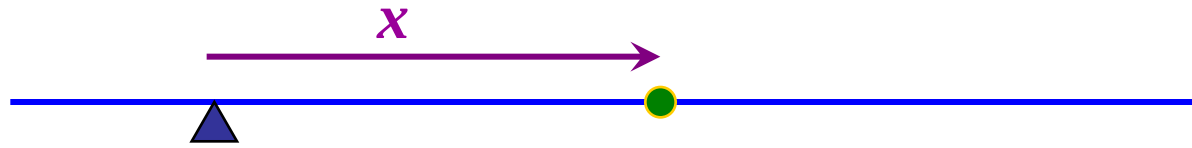
E' possibile passare da un sistema di coordinate all'altro  
 $(x,y) \Leftrightarrow (R,\phi)$



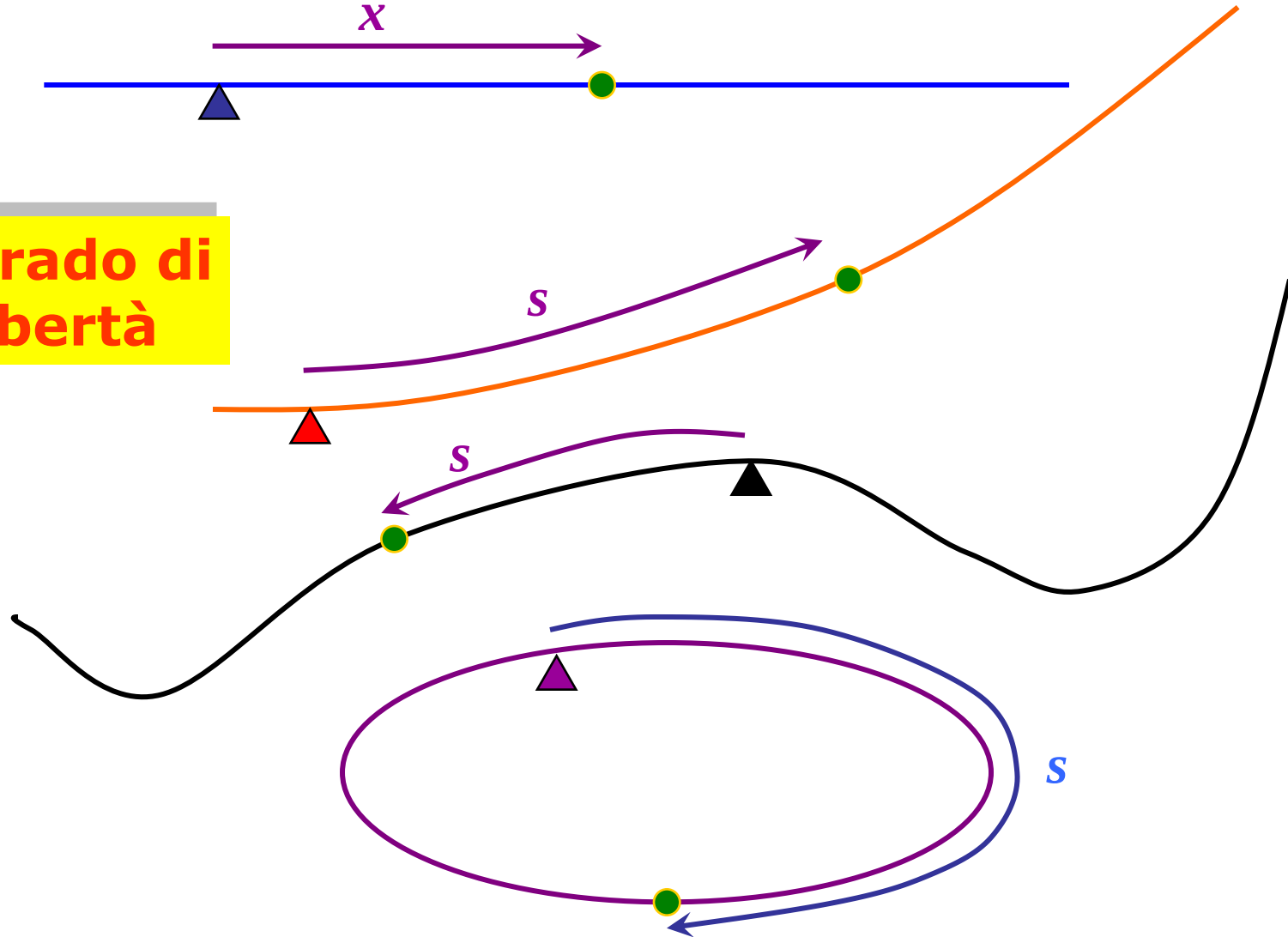
$$x = R \cos \phi$$

$$y = R \sin \phi$$

Se mi muovo su una linea nota basta *l'ascissa (curvilinea)*



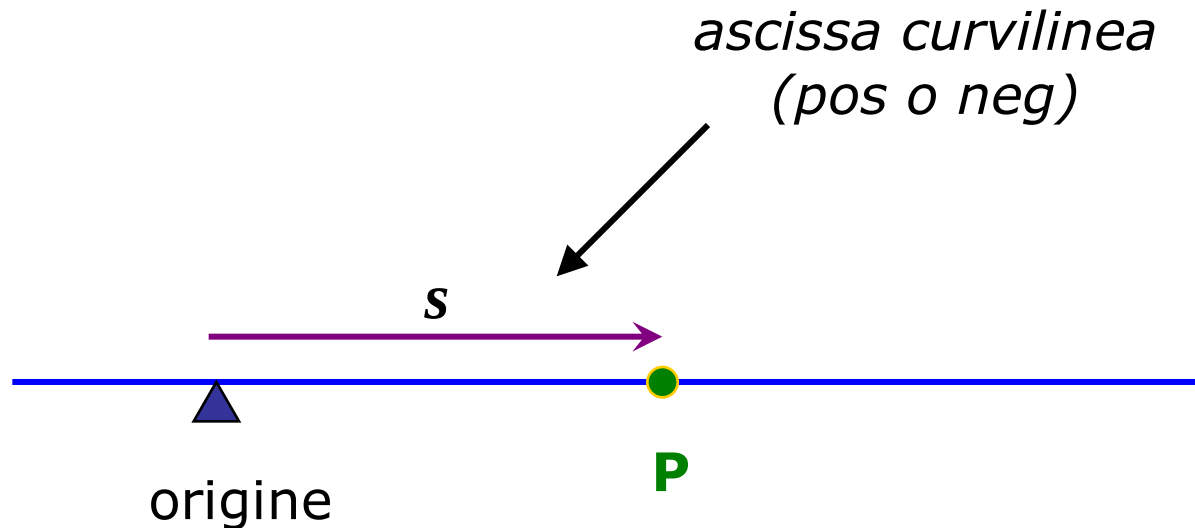
**1 grado di libertà**



# Moto a 1 grado di libertà (su una linea)

- la traiettoria è conosciuta a priori

Esempio tipico: moto rettilineo



# Legge oraria

Passa il tempo →  $s$  cambia

Quindi  $s$  è funzione del tempo:  $s=s(t)$

Conoscere  $s(t)$  significa conoscere la **LEGGE ORARIA** del moto

La funzione  $s(t)$  può essere data in almeno due modi

- analiticamente, p.es.  **$s(t) = a + b t$**
- numericamente, sotto forma di tabella

➔ La forma analitica è quella usata nei casi più semplici, quando le equazioni del moto ammettono appunto una soluzione sotto forma di funzioni note

➔ Se la soluzione è ottenuta in forma numerica da un calcolatore allora la legge oraria ha la forma di tabella

➔ Se la legge oraria è il risultato della misura sperimentale di  $t$  e  $s$  anche in questo caso sarà in forma di tabella

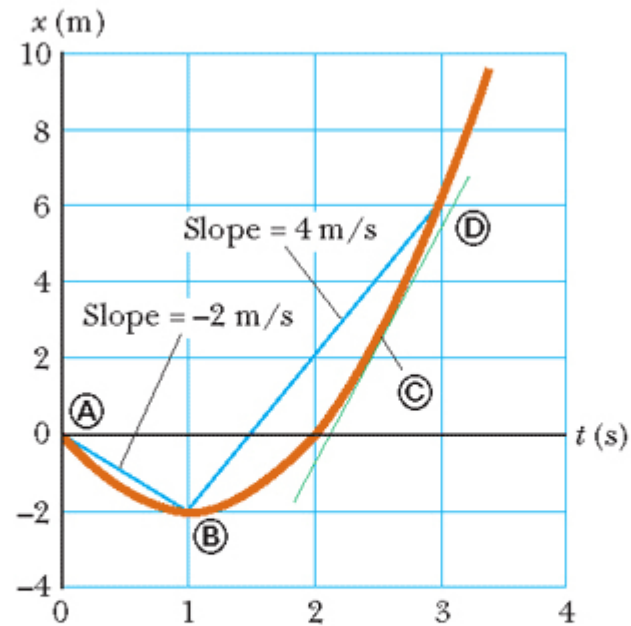
☞ Il Serway chiama “grafico posizione-tempo” la legge oraria

# Legge oraria in forma di tabella

72

## Domodossola-Borgomanero-Novara

| K. |                            | 1<br>2 cl. | 4655<br>feriale<br>2 cl. | 10281<br>feriale<br>2 cl. | 10283<br>2 cl. | 10285<br>2 cl. | 10287<br>2 cl. | 4657<br>2 cl. | 10289<br>2 cl. | 10291<br>2 cl. | 10293<br>feriale<br>2 cl. | 10295<br>2 cl. | 10297<br>2 cl. | 10299<br>2 cl. | 10301<br>2 cl. | 10303<br>2 cl. |     |
|----|----------------------------|------------|--------------------------|---------------------------|----------------|----------------|----------------|---------------|----------------|----------------|---------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|
| »  | DOMODOSSOLA ...p           | 4 30       | 4 30                     | 5 40                      | 6 10           | 6 53           | 8 00           | ...           | 12 00          | 12 55          | 14 00                     | 15 55          | 16 52          | 17 55          | 19 10          | 19 50          | ... |
| 7  | Villadossola .....         | 4 37       | ...                      | 5 45                      | 6 16           | 6 59           | 8 05           | ...           | 12 06          | 13 01          | 14 07                     | 16 01          | 16 58          | 18 02          | 19 16          | 19 55          | ... |
| 9  | Pallanzeno .....           | ...        | ...                      | 5 48                      | ...            | 7 02           | 8 09           | ...           | 12 09          | 13 04          | 14 10                     | 16 04          | 17 01          | 18 05          | 19 19          | 19 58          | ... |
| 11 | Piedimulera .....          | 4 42       | ...                      | 5 52                      | 6 20           | 7 05           | 8 12           | ...           | 12 12          | 13 07          | 14 14                     | 16 08          | 17 04          | 18 08          | 19 22          | 20 02          | ... |
| 14 | Pieve Vergonte .....       | 4 45       | ...                      | 5 55                      | 6 24           | 7 09           | 8 15           | ...           | 12 16          | 13 11          | 14 17                     | 16 11          | 17 08          | 18 12          | 19 26          | 20 09          | ... |
| 15 | Vogogna Ossola .....       | 4 53       | ...                      | 5 58                      | ...            | 7 12           | 8 18           | ...           | 12 19          | 13 14          | 14 20                     | 16 14          | 17 11          | 18 15          | 19 29          | 20 12          | ... |
| 18 | Premosello-Chiovenda ..... | 4 56       | ...                      | 6 02                      | 6 29           | 7 20           | 8 22           | ...           | 12 23          | 13 17          | 14 25                     | 16 18          | 17 14          | 18 18          | 19 34          | 20 16          | ... |
| 22 | Cuzzago .....              | 5 00       | ...                      | 6 06                      | ...            | 7 26           | 8 26           | ...           | 12 27          | 13 22          | 14 30                     | 16 23          | 17 18          | 18 22          | 19 38          | 20 21          | ... |
| 26 | Ornavasso .....            | 5 07       | ...                      | 6 11                      | 6 36           | 7 32           | 8 31           | ...           | 12 32          | 13 27          | 14 35                     | 16 28          | 17 23          | 18 27          | 19 43          | 20 25          | ... |
| 30 | Gravellona Toce .....      | 5 12       | ...                      | 6 15                      | 6 41           | 7 38           | 8 35           | ...           | 12 37          | 13 31          | 14 44                     | 16 33          | 17 28          | 18 32          | 19 47          | 20 35          | ... |
| 35 | Omegna-Crusinallo ...      | 5 19       | ...                      | 6 21                      | ...            | 7 46           | 8 41           | ...           | 12 43          | 13 38          | 14 50                     | 16 39          | 17 34          | 18 39          | 19 54          | 20 41          | ... |
| 38 | OMEGNA ...{a<br>p          | 5 24       | ...                      | 6 25                      | 6 50           | 7 53           | 8 44           | ...           | 12 47          | 13 42          | 14 53                     | 16 43          | 17 39          | 18 45          | 19 58          | 20 45          | ... |
| 44 | Pettenasco .....           | ...        | 5 35                     | 6 26                      | 6 51           | 7 54           | 8 45           | 10 50         | 12 48          | 13 43          | 14 54                     | 16 44          | 17 40          | 18 46          | 19 59          | 20 46          | ... |
| 47 | Orta-Miasino .....         | ...        | 5 45                     | 6 37                      | 7 02           | 8 06           | 8 56           | 11 01         | 13 01          | 13 55          | 15 06                     | 16 59          | 17 51          | 18 59          | 20 11          | 20 56          | ... |
| 49 | Corconio-Ameno .....       | ...        | ...                      | ...                       | ...            | ...            | ...            | ...           | ...            | ...            | ...                       | ...            | ...            | ...            | ...            | ...            | ... |
| 52 | Bolzano Novarese .....     | ...        | ...                      | ...                       | ...            | ...            | ...            | ...           | ...            | ...            | ...                       | ...            | ...            | ...            | ...            | ...            | ... |
| 54 | Gozzano .....              | ...        | 5 52                     | 6 44                      | 7 08           | 8 13           | 9 03           | 11 09         | 13 06          | 14 00          | 15 13                     | 17 06          | 17 59          | 19 06          | 20 18          | 21 05          | ... |
| 60 | BORGOMANERO ...{a<br>p     | ...        | 5 57                     | 6 49                      | 7 14           | 8 18           | 9 08           | 11 14         | 13 14          | 14 08          | 15 18                     | 17 12          | 18 05          | 19 11          | 20 22          | 21 10          | ... |
| 66 | Cressa-Fontaneto .....     | ...        | 5 58                     | 6 50                      | 7 15           | 8 19           | 9 09           | 11 15         | 13 15          | 14 13          | 15 19                     | 17 13          | 18 06          | 19 12          | 20 23          | 21 11          | ... |
| 69 | Suno .....                 | ...        | 6 08                     | 6 57                      | 7 23           | 8 25           | 9 16           | 11 22         | 13 21          | 14 21          | 15 26                     | 17 19          | 18 13          | 19 19          | ...            | 21 19          | ... |
| 72 | Vaprio d'Agogna .....      | ...        | 6 11                     | ...                       | 7 27           | ...            | ...            | ...           | ...            | ...            | ...                       | ...            | ...            | ...            | ...            | ...            | ... |
| 75 | Momo .....                 | ...        | 6 16                     | 7 05                      | 7 33           | 8 33           | 9 29           | 11 31         | 13 29          | 14 30          | 15 33                     | 17 30          | 18 21          | 19 32          | 20 35          | 21 29          | ... |
| 80 | Sologno .....              | ...        | ...                      | ...                       | ...            | ...            | ...            | ...           | ...            | ...            | ...                       | ...            | ...            | ...            | ...            | ...            | ... |
| 82 | Caltignaga .....           | ...        | 6 22                     | 7 11                      | 7 40           | 8 40           | 9 38           | 11 39         | 13 35          | 14 39          | 15 40                     | 17 39          | 18 32          | 19 40          | 20 41          | 21 38          | ... |
| 87 | Vignale .....              | ...        | ...                      | ...                       | ...            | ...            | ...            | ...           | ...            | ...            | ...                       | ...            | ...            | ...            | ...            | ...            | ... |
| 90 | NOVARA ...a                | ...        | 6 30                     | 7 20                      | 7 49           | 8 49           | 9 49           | 11 49         | 13 44          | 14 49          | 15 49                     | 17 49          | 19 25          | 19 49          | 20 49          | 21 49          | ... |

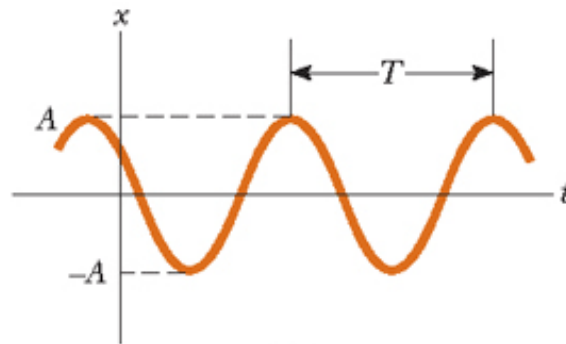


**FIGURA 2.5**

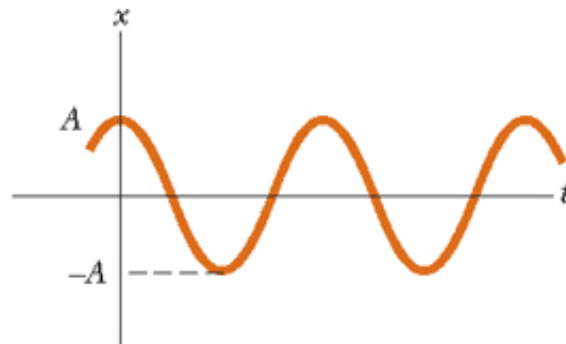
(Esempio 2.4) Grafico posizione-tempo per una particella la cui coordinata  $x$  varia nel tempo come  $x = -4t + 2t^2$ .



Serway, Jewett  
Principi di Fisica, IV Ed.  
EdiSES

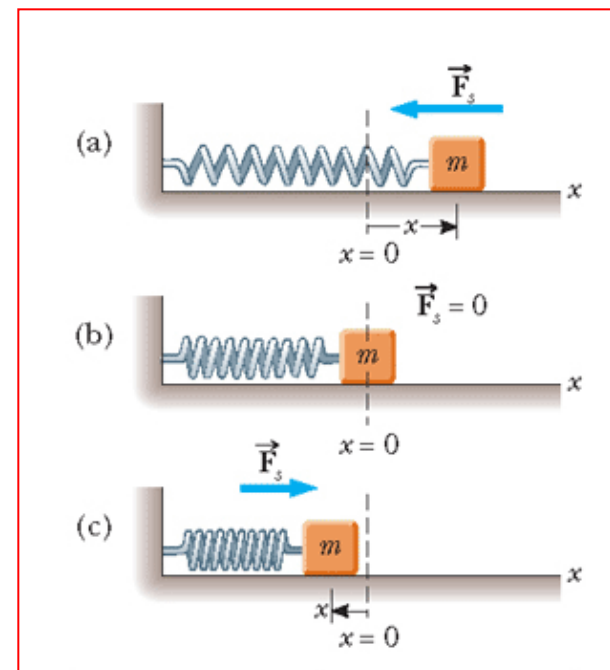


(a)

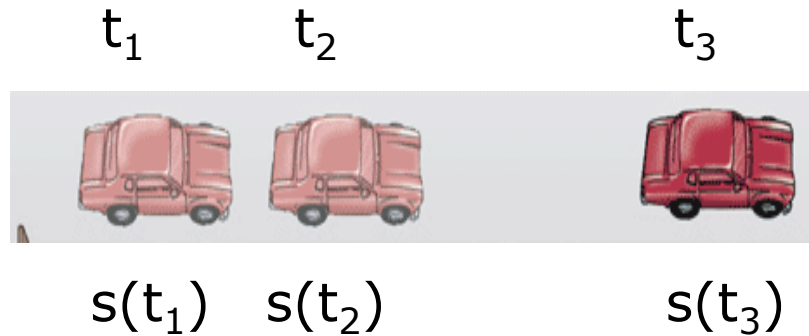


(b)

Quale moto corrisponde  
a questa legge oraria?



# Velocità media



**Definizione**  $\rightarrow$  
$$V_m(t_1, t_2) = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$V_m(t_1, t_2) = \frac{\text{spostamento}}{\text{intervallo di tempo}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$V_m(t_1, t_2) = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$$

- La velocità media ha un segno
- Il suo modulo è il rapporto fra la distanza percorsa e il tempo impiegato

La velocità ha dimensioni  $[L] [T]^{-1}$

Si misura in metri/secondo (m/s)

## Da km/h a m/s e viceversa

$$1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 0,2777 \text{ m/s}$$

$$1 \text{ m/s} = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{0,001 \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 3,6 \text{ km/h}$$

# Moto uniforme

Se la velocità media non dipende dagli istanti  $t_1$  e  $t_2$  ed è **costante**

$$V_m(t_1, t_2) = V_0$$

vuol dire che in tempi uguali la particella percorre spazi uguali. La legge oraria ha la forma semplice

$$s(t) = s_0 + V_0 t$$

## ***Moto (rettilineo) uniforme***

$$\Delta s = V_0 \Delta t \Rightarrow V_0 = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

72

## Domodossola-Borgomanero-Novara

|                         | 1     | 4655  | 10281 | 10283 | 10285 | 10287 | 4657  | 10289 | 10291 | 10293 | 10295 | 10297 | 10299 | 10301 | 10303 |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| K.                      | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. | 2 cl. |
| » DOMODOSSOLA           | 4 30  | 4 30  | 5 40  | 6 10  | 6 53  | 8 00  | ...   | 12 00 | 12 55 | 14 00 | 15 55 | 16 52 | 17 55 | 19 10 | 19 50 |
| 7 Villadossola          | 4 37  | 4 37  | 5 45  | 6 16  | 6 59  | 8 05  | ...   | 12 06 | 13 01 | 14 07 | 16 01 | 16 58 | 18 02 | 19 16 | 19 55 |
| 9 Pallanzeno            | ...   | ...   | 5 48  | ...   | 7 02  | 8 09  | ...   | 12 09 | 13 04 | 14 10 | 16 04 | 17 01 | 18 05 | 19 19 | 19 58 |
| 11 Piedimulera          | 4 42  | 4 42  | 5 52  | 6 20  | 7 05  | 8 12  | ...   | 12 12 | 13 07 | 14 14 | 16 08 | 17 04 | 18 08 | 19 22 | 20 02 |
| 14 Pieve Vergonte       | 4 45  | 4 45  | 5 55  | 6 24  | 7 09  | 8 15  | ...   | 12 16 | 13 11 | 14 17 | 16 11 | 17 08 | 18 12 | 19 26 | 20 09 |
| 15 Vogogna Ossola       | 4 53  | 4 53  | 5 58  | ...   | 7 12  | 8 18  | ...   | 12 19 | 13 14 | 14 20 | 16 14 | 17 11 | 18 15 | 19 29 | 20 12 |
| 18 Premosello-Chiovenda | 4 56  | 4 56  | 6 02  | 6 29  | 7 20  | 8 22  | ...   | 12 23 | 13 17 | 14 25 | 16 18 | 17 14 | 18 18 | 19 34 | 20 16 |
| 22 Cuzzago              | 5 00  | 5 00  | 6 06  | ...   | 7 26  | 8 26  | ...   | 12 27 | 13 22 | 14 30 | 16 23 | 17 18 | 18 22 | 19 38 | 20 21 |
| 26 Ornavasso            | 5 07  | 5 07  | 6 11  | 6 36  | 7 32  | 8 31  | ...   | 12 32 | 13 27 | 14 35 | 16 28 | 17 23 | 18 27 | 19 43 | 20 25 |
| 30 Gravellona Toce      | 5 12  | 5 12  | 6 15  | 6 41  | 7 38  | 8 35  | ...   | 12 37 | 13 31 | 14 44 | 16 33 | 17 28 | 18 32 | 19 47 | 20 35 |
| 35 Omegna-Crusinallo    | 5 19  | 5 19  | 6 21  | ...   | 7 46  | 8 41  | ...   | 12 43 | 13 38 | 14 50 | 16 39 | 17 34 | 18 39 | 19 54 | 20 41 |
| 38 OMEGNA               | 5 24  | 5 24  | 6 25  | 6 50  | 7 53  | 8 44  | ...   | 12 47 | 13 42 | 14 53 | 16 43 | 17 39 | 18 45 | 19 58 | 20 45 |
| 44 Pettenasco           | ...   | 5 35  | 6 26  | 6 51  | 7 54  | 8 45  | 10 50 | 12 48 | 13 43 | 14 54 | 16 44 | 17 40 | 18 46 | 19 59 | 20 46 |
| 47 Orta-Miasino         | ...   | 5 41  | 6 32  | 6 57  | 8 01  | 8 51  | 10 56 | 12 55 | 13 50 | 15 00 | 16 50 | 17 46 | 18 53 | 20 05 | 20 52 |
| 49 Corconio-Ameno       | ...   | 5 45  | 6 37  | 7 02  | 8 06  | 8 56  | 11 01 | 13 01 | 13 55 | 15 06 | 16 59 | 17 51 | 18 59 | 20 11 | 20 56 |
| 52 Bolzano Novarese     | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 54 Gozzano              | ...   | 5 52  | 6 44  | 7 08  | 8 13  | 9 03  | 11 09 | 13 06 | 14 00 | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 60 BORGOMANERO          | ...   | 5 57  | 6 49  | 7 14  | 8 18  | 9 08  | 11 14 | 13 09 | 14 03 | 15 13 | 17 06 | 17 59 | 19 06 | 20 18 | 21 05 |
| 66 Cressa-Fontaneto     | ...   | 5 58  | 6 50  | 7 15  | 8 19  | 9 09  | 11 15 | 13 14 | 14 08 | 15 18 | 17 12 | 18 05 | 19 11 | 20 22 | 21 10 |
| 69 Suno                 | ...   | 6 08  | 6 57  | 7 23  | 8 25  | 9 16  | 11 22 | 13 15 | 14 13 | 15 19 | 17 13 | 18 06 | 19 12 | 20 23 | 21 11 |
| 72 Vaprio d'Agogna      | ...   | 6 11  | ...   | 7 27  | ...   | ...   | ...   | 13 21 | 14 21 | 15 26 | 17 19 | 18 13 | 19 19 | ...   | 21 19 |
| 75 Momo                 | ...   | 6 16  | 7 05  | 7 33  | 8 33  | 9 29  | 11 31 | 13 29 | 14 30 | 15 33 | 17 30 | 18 21 | 19 32 | 20 35 | 21 29 |
| 80 Sologno              | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 82 Caltignaga           | ...   | 6 22  | 7 11  | 7 40  | 8 40  | 9 38  | 11 39 | 13 35 | 14 39 | 15 40 | 17 39 | 18 32 | 19 40 | 20 41 | 21 38 |
| 87 Vignale              | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 90 NOVARA               | ...   | 6 30  | 7 20  | 7 49  | 8 49  | 9 49  | 11 49 | 13 44 | 14 49 | 15 49 | 17 49 | 19 25 | 19 49 | 20 49 | 21 49 |

Questo moto è uniforme o no?

$$V_m(t_1, t_2) = \frac{7 \text{ km}}{7 \text{ min}} = \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ min}} = 60 \text{ km/h}$$

$$V_m(t_2, t_3) = \frac{11 - 7 \text{ km}}{42 - 37 \text{ min}} = \frac{4 \text{ km}}{5 \text{ min}} = 48 \text{ km/h}$$

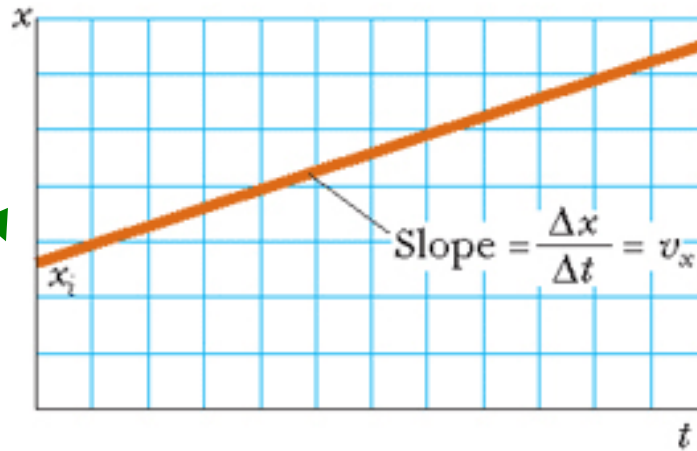
$$V_m(t_5, t_6) = \frac{14 - 11 \text{ km}}{45 - 42 \text{ min}} = \frac{3 \text{ km}}{3 \text{ min}} = 60 \text{ km/h}$$

$$V_m(t_1, t_{13}) = \frac{38 \text{ km}}{5\text{h}24\text{m} - 4\text{h}30\text{m}} = \frac{38 \text{ km}}{54 \text{ min}} = 42,2 \text{ km/h}$$

**Il moto non è uniforme!**

$$s(t) = s_0 + V_o t$$

$s_0$  rappresenta  
la posizione  
iniziale



**FIGURA 2.6**

Grafico posizione-tempo per una particella con velocità costante. Il valore della velocità costante è uguale alla pendenza della linea retta.

# Esercizio: due treni si incrociano

Marina

Castello

0

22 km

Un treno parte alle 12:15 da M per C.  $V_1 = 20$  km/h

Un altro treno parte alle 12:30 da C per M.  $V_2 = -35$  km/h

- a che ora si incrociano i treni ?
- dove si incrociano ?

☞ *Trattiamo i due treni come PM*

Notare che

- abbiamo scelto l'origine a Marina
- C sta a + 22 km
- la velocità del treno da C ad A è negativa

Resta di scegliere l'origine dei tempi (lo zero)

Conviene prendere come origine il tempo maggiore dei due (le 12:30) quando il treno 1 è già in movimento da  $T=15$  minuti e avrà percorso

$$S_1 = V_1 T = 20 \text{ km/h} \times 0,25 \text{ h} = 5 \text{ km}$$

Situazione a  $t=0$  (le 12:30)

**Marina  
(1)**



**Castello  
(2)**



0

5 km

22 km

Legge oraria dei due treni

$$s_1(t) = 5 + 20t \quad s_{01} = 5 \text{ km} \quad V_1 = 20 \text{ km/h}$$

$$s_2(t) = 22 - 35t \quad s_{02} = 22 \text{ km} \quad V_2 = -35 \text{ km/h}$$

L'incrocio avviene quando

$$s_1(t^*) = s_2(t^*)$$

$$\Rightarrow s_{01} + V_1 t^* = s_{02} + V_2 t^*$$

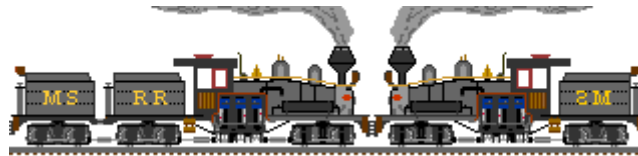
$$\Rightarrow (V_1 - V_2)t^* = s_{02} - s_{01}$$

$$\Rightarrow t^* = \frac{s_{02} - s_{01}}{V_1 - V_2} = \frac{22 - 5}{20 - (-35)} = \frac{17}{55} = 0,31 \text{ h} = 19 \text{ min}$$

L'incrocio avviene allora alle 12:49

Il punto d'incrocio si ottiene dall'eq. oraria di uno qualsiasi dei due treni

$$s_1(t^*) = 5 + 20t^* = 5 + 20 \text{ km/h} \times 0,31 \text{ h} = 11,2 \text{ km}$$



0

5 km

11,2 km

22 km

