

FISICA GENERALE I

Docente: Prof. G. Carboni
giovanni.carboni@cern.ch

Esercitatore: Dott. R. Petrillo
roberto.petrillo@roma2.infn.it

Anno Accademico 2012 - 2013

Queste lezioni sono scaricabili in formato pdf
dalla pagina

<http://people.roma2.infn.it/carboni>

UTENTE: fis1_studenti
PW: disp_fis1

➔ *Necessario Adobe Reader*

Origine della forza peso

$$|\vec{F}| = G \frac{M_T m}{r^2} \quad G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$$

$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ è la massa della Terra

$R_T = 6400 \text{ km}$ è il suo raggio

Per i corpi vicini alla superficie della Terra entro $\pm 10 \text{ km}$ (aereo in volo o fossa delle Marianne)

r^2 cambia di $\pm 0,3 \%$) $\rightarrow$ mettiamo $r = R_T$.

$$|\vec{F}| \cong G \frac{M_T}{R_T^2} m = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot m = gm$$

acc. gravità

Forza peso

Questo spiega come mai i corpi in caduta libera
vicini alla superficie terrestre
hanno tutti la stessa accelerazione g
indipendentemente dalla loro massa.

$$\vec{F}_{\text{peso}} = m\vec{g}$$

$$\vec{F}_{\text{peso}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

Ricordare:

- la forza è applicata (causa)
- l'accelerazione è una proprietà del moto (effetto)

Ma se entrano in gioco altre forze , per esempio la resistenza dell'aria

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{res}}$$

$$\vec{a} = \vec{g} + \frac{1}{m} \vec{F}_{\text{res}}$$

l'accelerazione non sarà in generale più la stessa per tutti i corpi

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{res}}$$

$$\vec{a} = \vec{g} + \frac{1}{m} \vec{F}_{\text{res}}$$

palla vuota e palla piena stesso diametro
masse diverse.

➔ Resistenza dell'aria presumibilmente uguale
(dipende dalla forma del corpo)

➔ L'effetto dell'aria sull'accelerazione è molto maggiore
sulla palla vuota che su quella piena.

Forza peso nel sistema solare

$$|\vec{F}| = G \frac{M_T m}{r^2} \quad G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$$

Con I dati della Terra

$$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_T = 6400 \text{ km}$$

abbiamo trovato

acc. gravità

massa pianeta

$$|\vec{F}| \cong G \frac{M_T}{R_T^2} m \Rightarrow g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

raggio pianeta

Sulla Luna

Dati Luna

$$M = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$$R = 1740 \text{ km}$$

$$G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$$

$$g_L = G \frac{M_L}{R_L^2} = 1,6 \text{ m/s}^2$$

I corpi sulla Luna “pesano” $1,6/9,8 = 0,16 \approx 1/6$ rispetto alla Terra

Su Giove

Dati Giove

$$M = 1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

$$R = 71500 \text{ km}$$

$$G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$$

$$g_G = G \frac{M_G}{R_G^2} = 24,8 \text{ m/s}^2$$

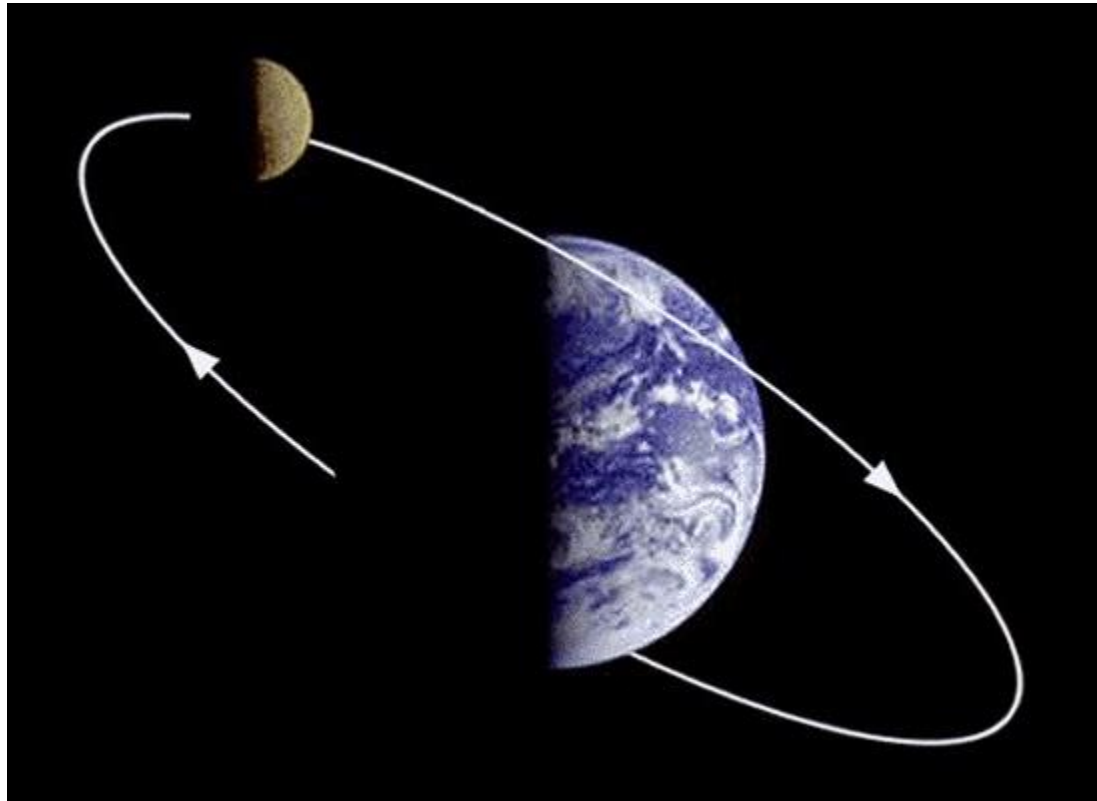
I corpi su Giove “pesano” $24,8/9,8 = 2,5$ rispetto alla Terra

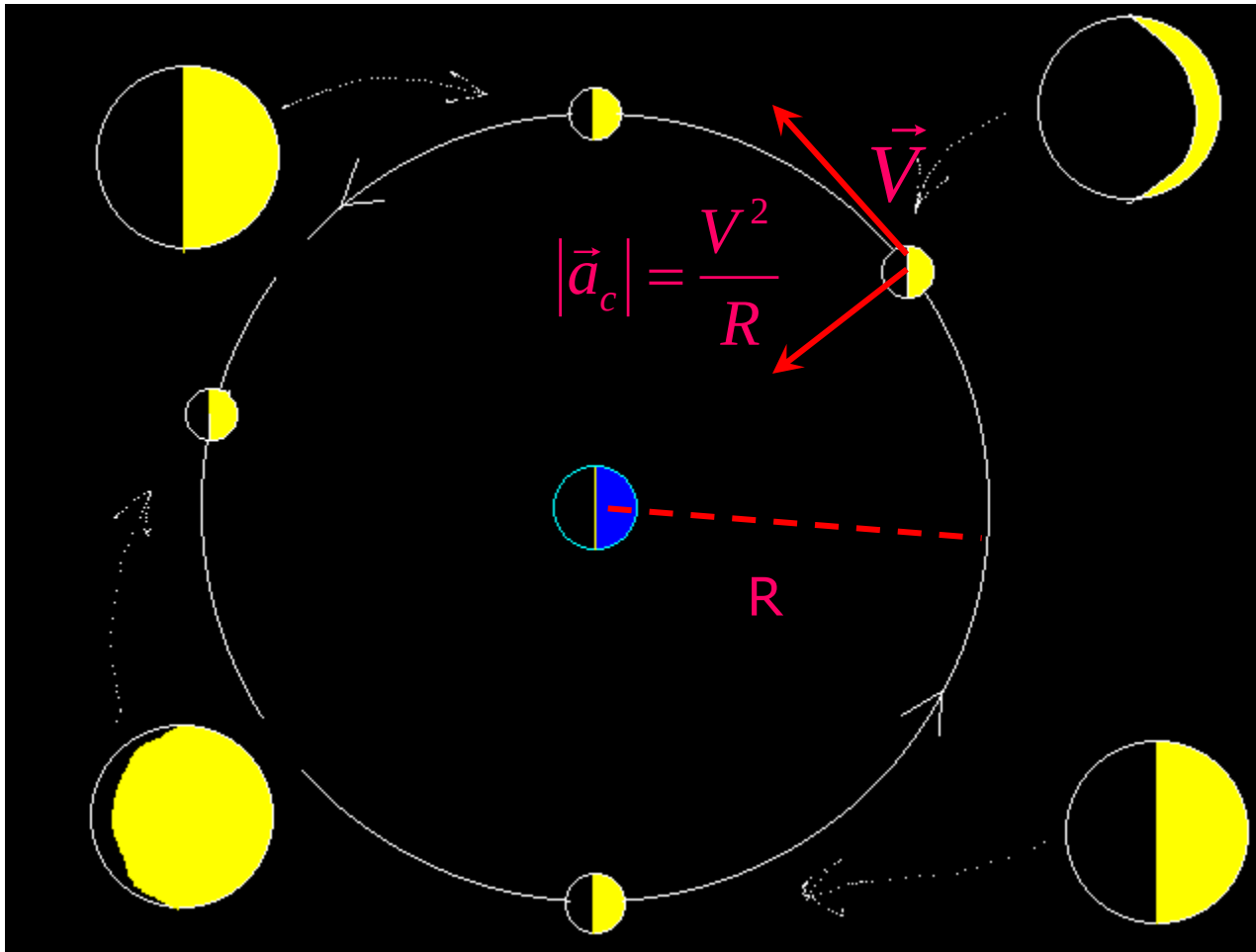
Moto dei pianeti e dei satelliti



L'orbita della Luna intorno alla Terra è quasi un cerchio perfetto di raggio $R = 384400 \text{ km}$

La legge di gravitazione ci permette di calcolarne il periodo





Ipotizziamo che il moto sia anche uniforme
oltre che circolare (vedi formule)

Forza centripeta

Per fornire alla Luna l'accelerazione centripeta occorre una forza centripeta

$$m_L \vec{a}_c = \vec{F}_c$$



è semplicemente la forza di gravitazione

Possiamo quindi scrivere (togliamo i simboli di vettore e ragioniamo solo sui moduli)

$$m_L a_c = G \frac{M_T m_L}{R^2}$$

$$a_c = G \frac{M_T}{R^2}$$

Quindi

$$\frac{V^2}{R} = G \frac{M_T}{R^2} \quad \Rightarrow \quad V^2 = G \frac{M_T}{R}$$

☛ **Importante**

- V è realmente costante come avevamo ipotizzato
- la massa della Luna è sparita. Quindi la formula vale anche per i satelliti artificiali



$$V = \sqrt{G \frac{M_T}{R}}$$

Ci interessa il periodo
(vedi moto circolare uniforme)

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega = \frac{V}{R} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi R}{V}$$

circonferenza
velocità

$$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{G \frac{M_T}{R}}} = \frac{2\pi R \sqrt{R}}{\sqrt{GM_T}} = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM_T}}$$

$$T = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM_T}}$$

Inseriamo i dati

- $R = 384400 \text{ km} \approx 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$
- $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$

$$T = 2,36 \cdot 10^6 \text{ s} = 27,3 \text{ giorni} = 27\text{g } 7\text{h}$$

esatto!

$$T = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM_T}}$$

Sostituendo la massa del Sole questa formula si applica anche ai pianeti del sistema solare

Se la mettiamo nella forma

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM_{\text{sole}}}$$

abbiamo la III Legge di Keplero:

il quadrato del periodo di rivoluzione è proporzionale al cubo del raggio dell'orbita (*cubo del semiasse maggiore nel caso di ellissi*)

Se $T^2 \propto R^3$ allora $R^3/T^2 = \text{costante}$

Verifica della III Legge di Keplero

	Distanza media dal Sole (10^6 km)	Periodo di rivoluzione (anni)	R^3/T^2
Mercurio	57.9	0.241	3341962
Venere	108	0.615	3330588
Terra	150	1.000	3375000
Marte	228	1.88	3353426
Giove	778	11.9	3325407
Saturno	1430	29.5	3360191
Urano	2870	29.5	3350326
Nettuno	4500	165	3347107
Plutone	5900	248	3339278



praticamente costante (la discrepanza è dovuta all'aver approssimato con cerchi le ellissi)

La III legge di Keplero è fondamentalmente legata al fatto che la forza di gravitazione va come $1/R^2$

Se Newton avesse ipotizzato così la forza di gravitazione

$$F = G' \frac{M_T m_L}{R^3}$$

avrebbe trovato

$$a_c = \frac{V^2}{R} = G' \frac{M_T}{R^3} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{\sqrt{G' M_T}}{R}$$

$$T = \frac{2\pi R^2}{\sqrt{G' M_T}} \Rightarrow T^2 \propto R^4$$

con la conseguenza che $T^2 \propto R^4$ e palesemente in contraddizione con le misure sperimentali

In effetti si è verificato con ottima precisione che sia le forze di gravitazione che quelle elettrostatiche dipendono proprio da $1/R^2$

Satelliti artificiali

Calcoliamo il periodo di un satellite artificiale

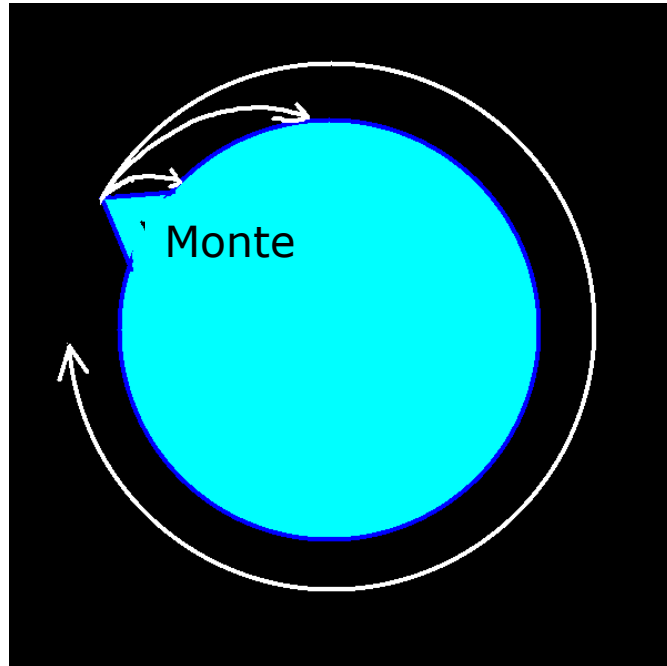
$$T = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM_T}}$$

i normali satelliti hanno R poco maggiore del raggio della Terra, R_T .

Mettendo nella formula $R=R_T= 6400$ km troviamo
 $T = 5085$ s = 85 minuti

Questo sarebbe il periodo per un'orbita molto bassa

Idea di Newton



$$V = \sqrt{G \frac{M_T}{R}}$$

inserendo $R = R_T = 6400 \text{ km}$
e $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
otteniamo

$$V = 7,9 \text{ km/s} = 28500 \text{ km/h}$$

Ovviamente la cosa in pratica non funziona a causa della resistenza dell'aria. Occorre uscire dall'atmosfera. Per ottenere questo vedremo in seguito che $V > 7,9 \text{ km/s}$

Satellite geostazionario

Nel lontano 1945 lo scrittore di fantascienza Arthur C. Clarke (*2001 Odissea nello spazio*) formulò una proposta rivoluzionaria



EXTRA-TERRESTRIAL RELAYS

Can Rocket Stations Give World-wide Radio Coverage?

ALTHOUGH it is possible, by a suitable choice of fre-

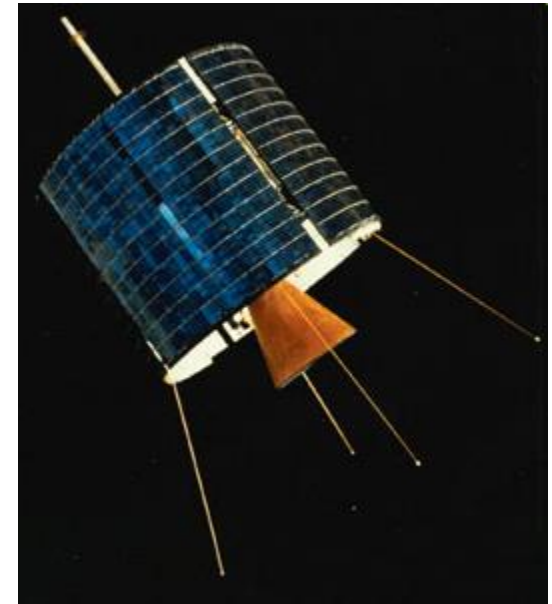
By **ARTHUR C. CLARKE**

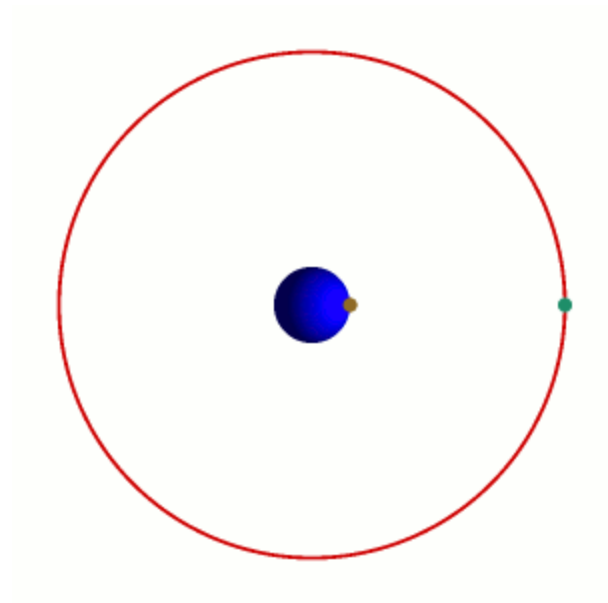
the atmosphere and left to broadcast scientific information back to

Clarke propose di utilizzare i razzi V2 usati in guerra dalla Germania per lanciare un satellite per comunicazioni (relay = ripetitore).

Inoltre ebbe l'idea dell'orbita geostazionaria o sincrona

Il primo satellite di questo tipo fu l'Intelsat 1 lanciato il 6 aprile 1965, 20 anni dopo!





L'orbita è circolare e giace nel piano dell'equatore. Il periodo è esattamente di 23h56m ossia un giorno (sidereo). Il satellite quindi rimane sempre nella stessa posizione rispetto al suolo (dev'essere lanciato nel verso di rotazione della Terra ossia in direzione ovest-est)

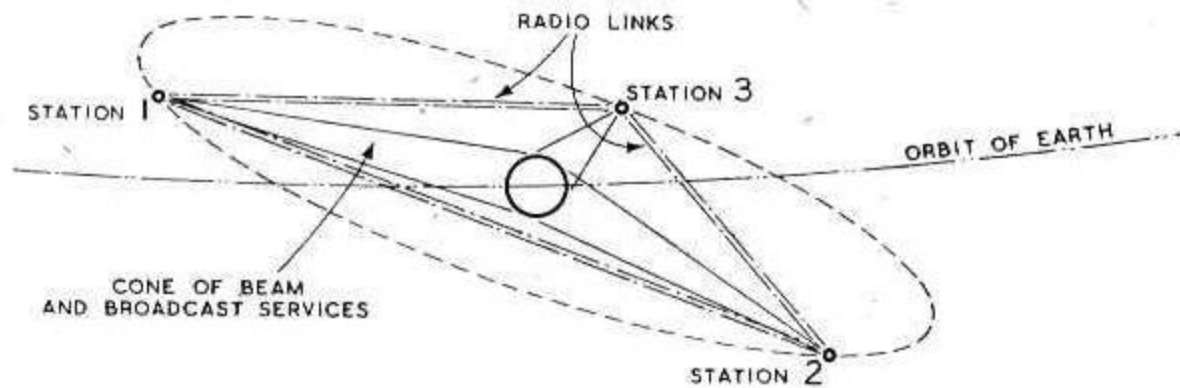


Fig. 3. Three satellite stations would ensure complete coverage of the globe.

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/49/Geostat.gif>

Questo fissa il raggio dell'orbita

$$T = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM_T}}$$


$$R = \left(\frac{GM_T T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

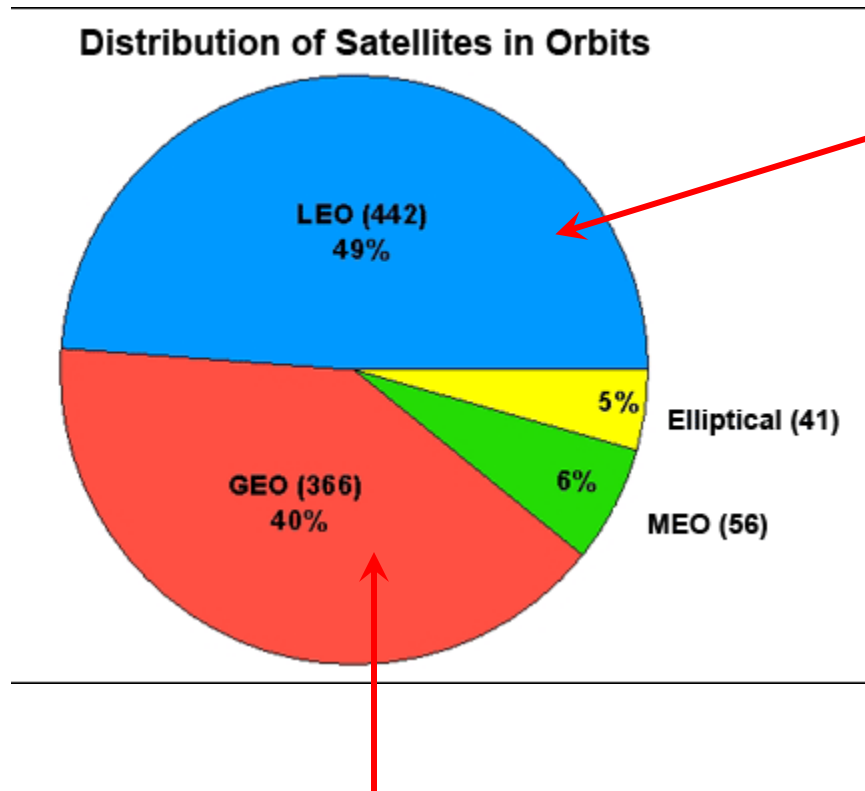
- $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- $T = 86160 \text{ s}$



$$R = 42200 \text{ km}$$

$$h = 42200 - 6400 = 35800 \text{ km}$$

Ci sono oggi oltre 900 satelliti in orbita



Low Earth Orbit
Orbita Bassa
Altezza da terra
200-1500 km
 $R = 6600 - 7900$ km
 $T = 89 - 117$ min

Geostazionari
 $R = 42200$ km
 $T = 23\text{h}56\text{min}$

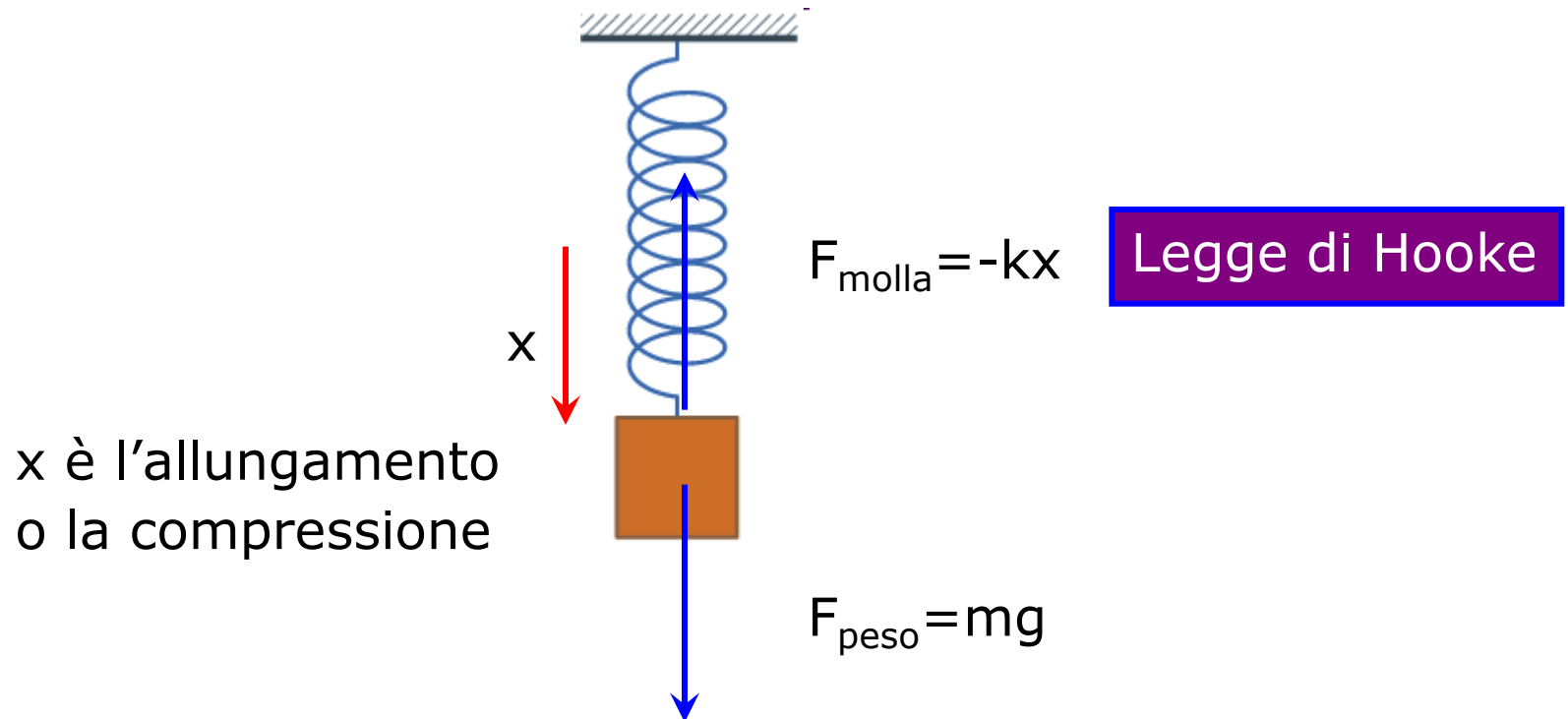
Altri moti periodici

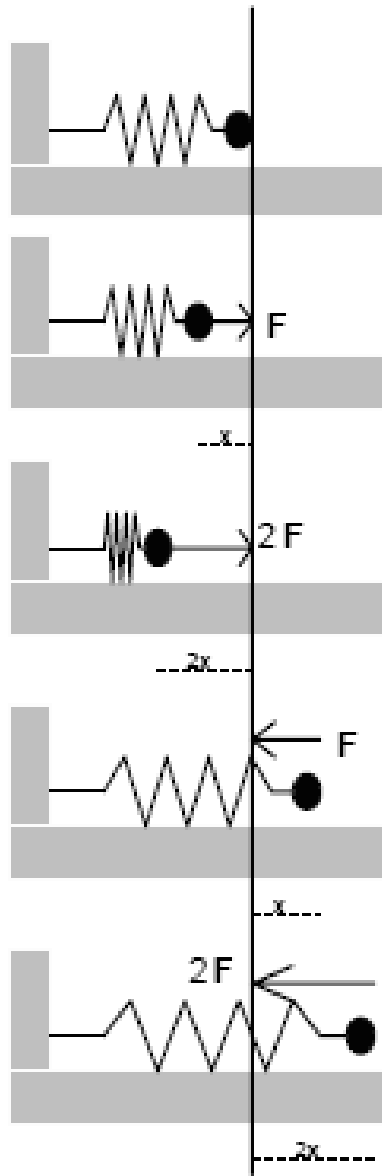
Moto armonico



Forza elastica

La forza elastica si sviluppa quando una molla viene tirata o compressa.



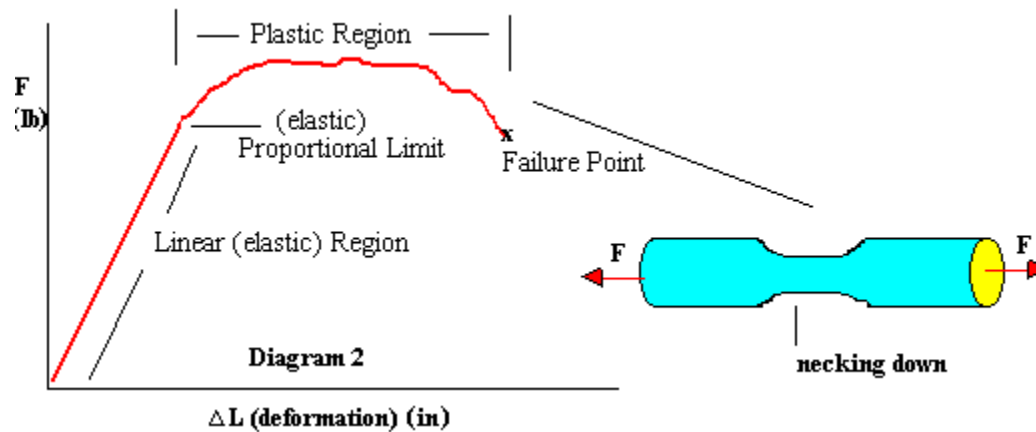
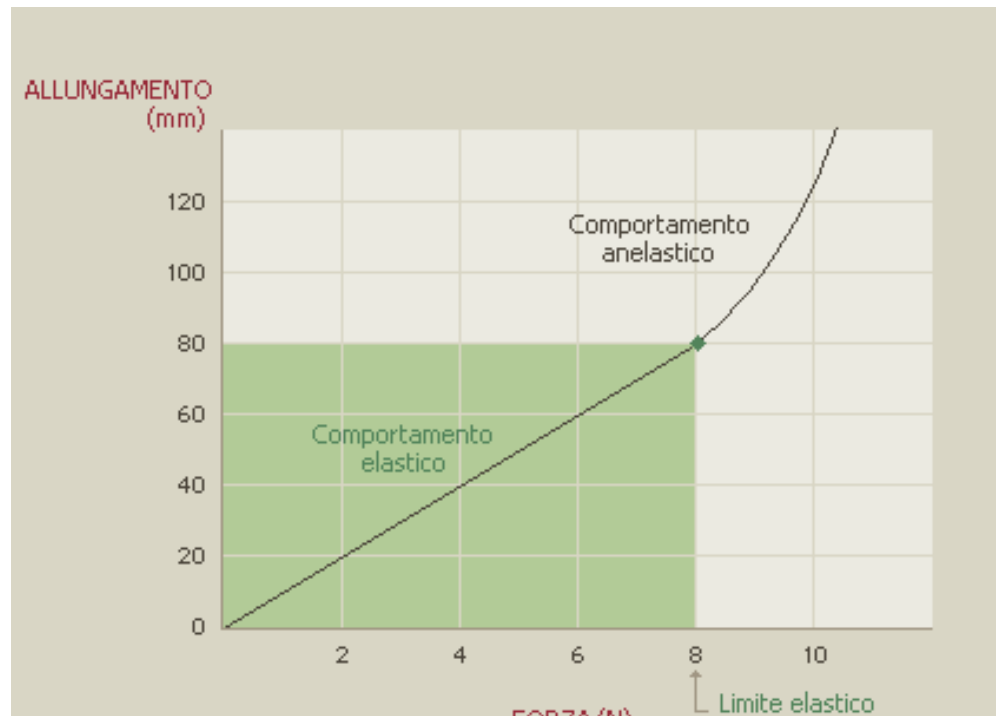


Il verso della forza è sempre opposto a quello della deformazione

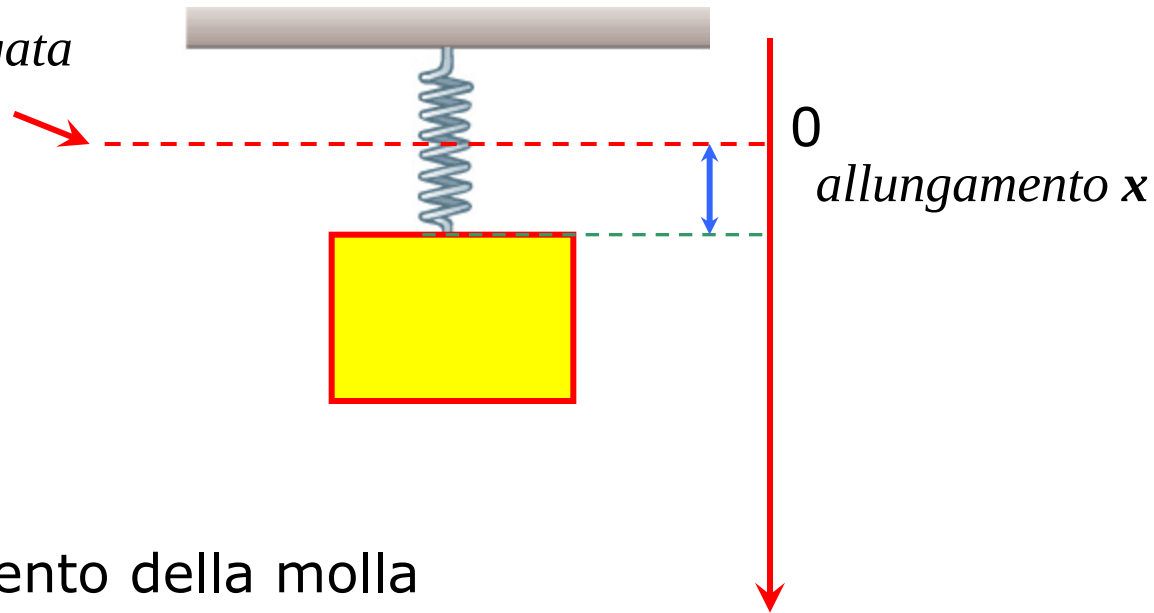
L'intensità della forza è proporzionale all'allungamento o accorciamento

k è la costante della molla (ed è sempre >0)
Si misura in N/m

Limiti della legge di Hooke



*posizione della
molla non allungata*



Allungamento della molla

$$\vec{F}_p + \vec{F}_{el} = 0$$

$$mg - kx = 0 \quad (\text{asse } x \text{ verso il basso})$$

$$x = \frac{mg}{k}$$

Oscillazioni della molla

Risolvere l'equazione del moto è complicato dato che la forza varia da punto a punto

$$ma = -kx$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

Questa è un'equazione differenziale del 2° ordine.

Moto armonico ⇔ forza elastica

$$ma = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

→ l'accelerazione è proporzionale
allo spostamento
cambiato di segno





$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi)$$

$$a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t) = -\frac{k}{m} x(t)$$

e quindi

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$



$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$

va anche bene scambiare seni e coseni

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi')$$

$$v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi')$$

$$\phi' = \phi - \frac{\pi}{2}$$

ω è legata al periodo. Infatti la sinusoide si ripete dopo un periodo 2π

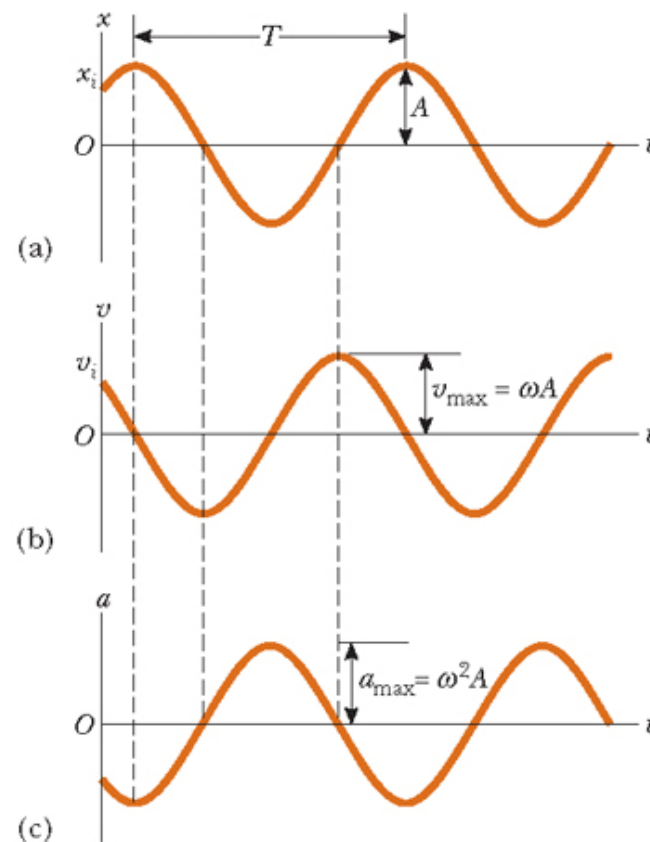
$$z = \sin \omega t = \sin(\omega t + 2\pi)$$

$$\omega(t + T) = \omega t + 2\pi$$

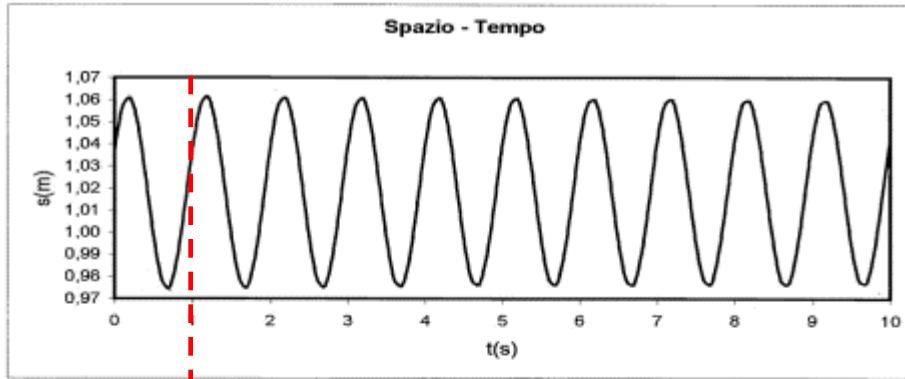
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

A è l'ampiezza del moto armonico

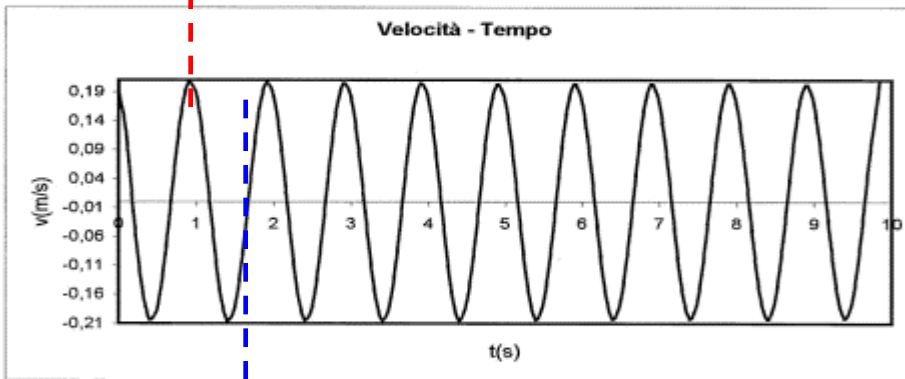
φ è la fase



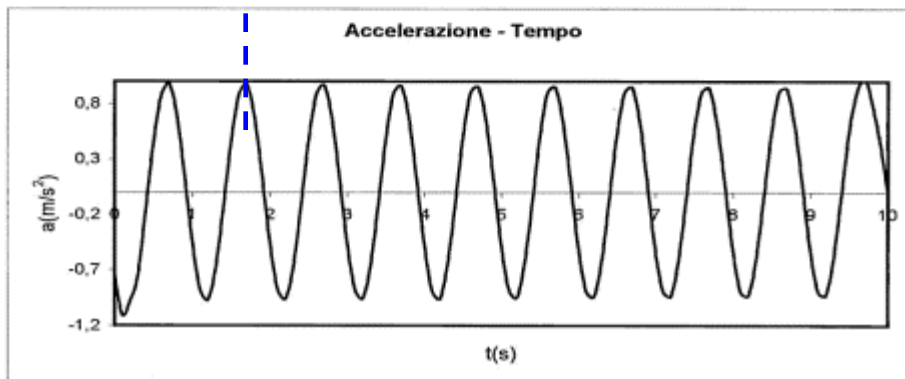
Il moto armonico



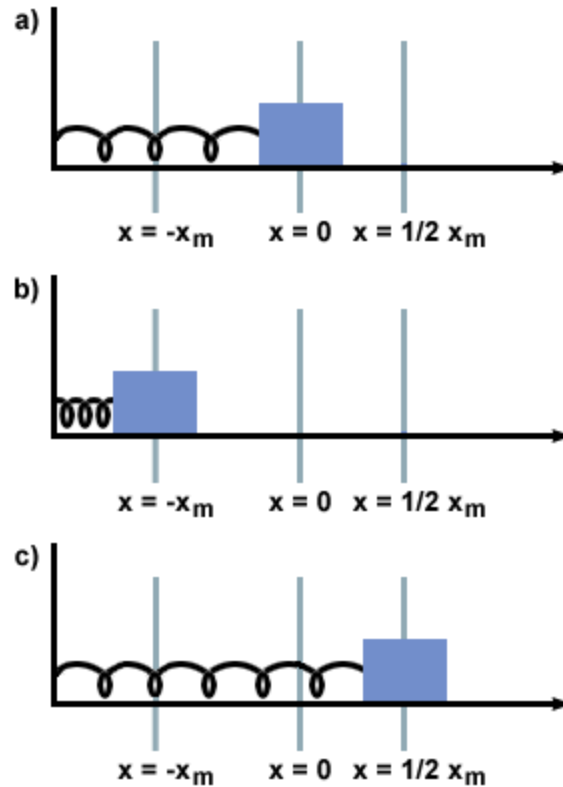
$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$



$$v(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$



$$a(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi)$$



Molto spesso $x(t)$ rappresenta uno spazio
(coordinata spaziale)

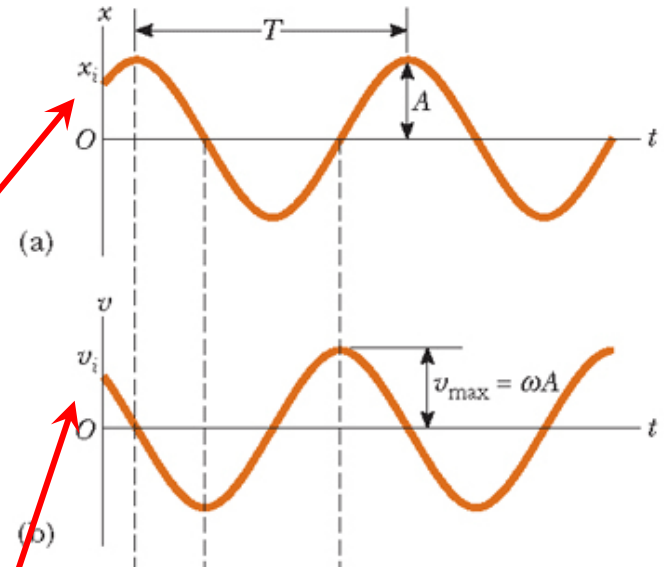
Determinare A e ϕ nell'equazione del moto armonico in base alle condizioni iniziali al tempo $t=0$

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$

$$x_i = A \sin(\phi)$$

$$v_i = \omega A \cos(\phi)$$



→ qui $\phi \approx 45^\circ$ $x_i \approx 0,7 A$

In generale se x e v sono note a un certo tempo t^*

$$x^* = A \sin(\omega t^* + \varphi) \quad v^* = \omega A \cos(\omega t^* + \varphi)$$

possiamo ricavare subito l'ampiezza

$$A = \sqrt{x^{*2} + \frac{v^{*2}}{\omega^2}}$$

e anche la fase

$$\tan(\omega t^* + \varphi) = \frac{\omega x^*}{v^*}$$

in particolare se $t^* = 0$

$$\tan(\varphi) = \frac{\omega x^*}{v^*}$$

Esercizio di un compito

- per $x_1 = 11 \text{ cm}$ $v_1 = -8 \text{ m/s}$
 - per $x_2 = 5 \text{ cm}$ $v_2 = 10 \text{ m/s}$
- ☞ *Trovare T e A*

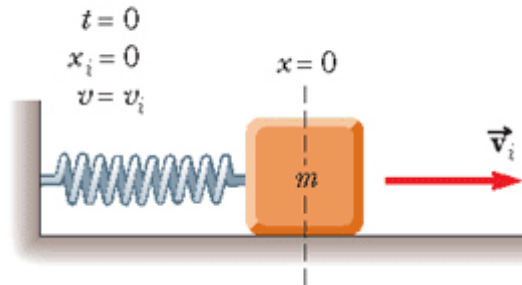
$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad v = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\left(\frac{x_1}{A}\right)^2 + \left(\frac{v_1}{\omega A}\right)^2 = 1 = \left(\frac{x_2}{A}\right)^2 + \left(\frac{v_2}{\omega A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v_1^2 - v_2^2}{x_2^2 - x_1^2} = \omega^2 \quad \omega = \sqrt{\frac{-36}{-0,0096}} = 61$$

trovato ω si trova subito A

Casi particolari



Blocco lanciato a velocità v_i in $x = 0$

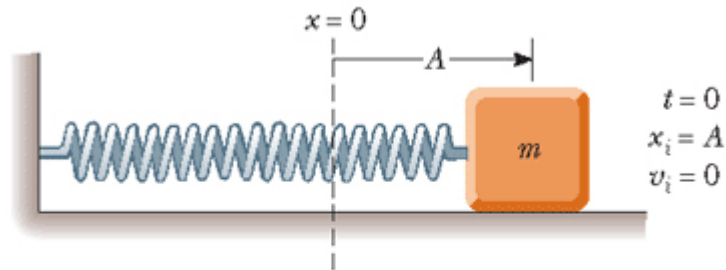
In questo caso la velocità $\omega A = v_i$

$$x(t) = \frac{v_i}{\omega} \sin \omega t$$

$$v(t) = v_i \cos \omega t$$

$\phi = 0^\circ$
*nella formula
generale*

Casi particolari



Blocco lasciato andare **da fermo** dalla posizione x_i

In questo caso l'ampiezza $A = x_i$

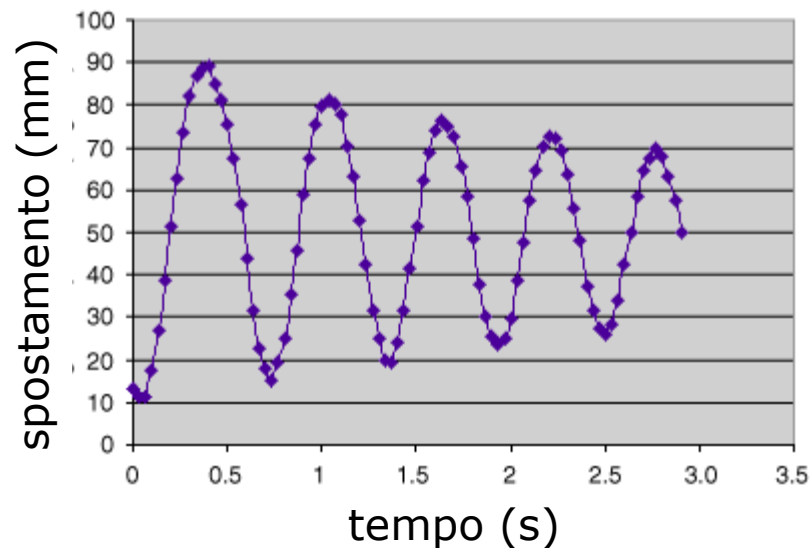
$$x(t) = x_i \cos \omega t$$

$$v(t) = -\omega x_i \sin \omega t$$

$\varphi = 90^\circ$
*nella formula
generale*

Il moto oscillatorio in natura è importantissimo

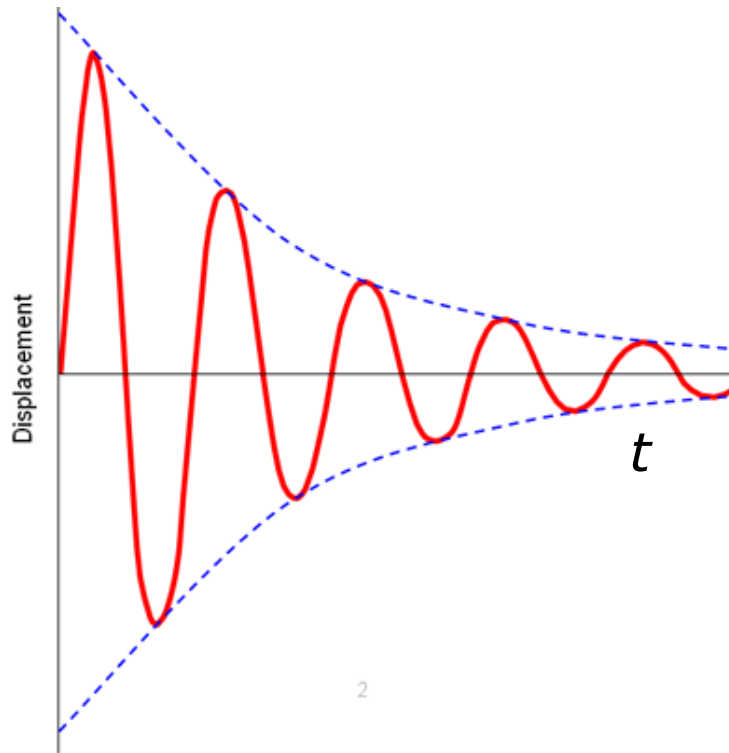
- pendolo
- molla
- strumenti musicali
- molecole nei solidi
- pianeti
- corrente elettrica
-



← posizione
di equilibrio

Tutte le volte che sposto un corpo dalla posizione di equilibrio stabile ho un moto oscillatorio

In presenza di attrito questo moto si smorza e dopo un po' finisce



Se l'attrito è assente o se fornisco periodicamente energia al sistema per compensare le perdite ho il moto periodico

Si tratta di un moto oscillatorio che si ripete uguale a sé stesso per un tempo infinito

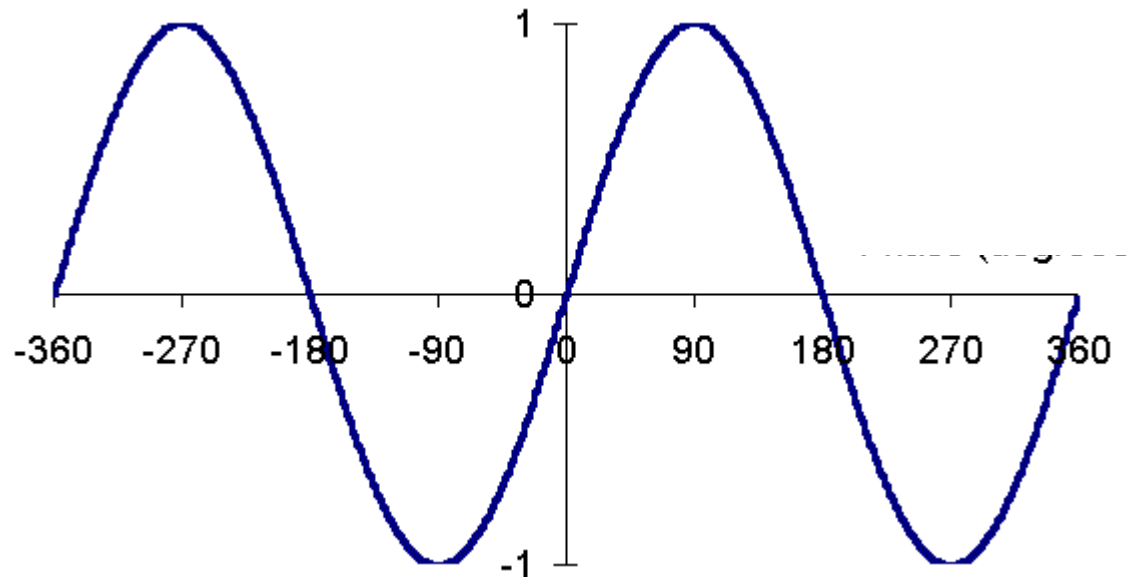
$$x(t + T) = x(t) \quad T = \text{periodo}$$


$$v(t + T) = v(t) \quad a(t + T) = a(t)$$

La legge oraria è quindi una funzione periodica

La più semplice funzione periodica è la **sinusoide**

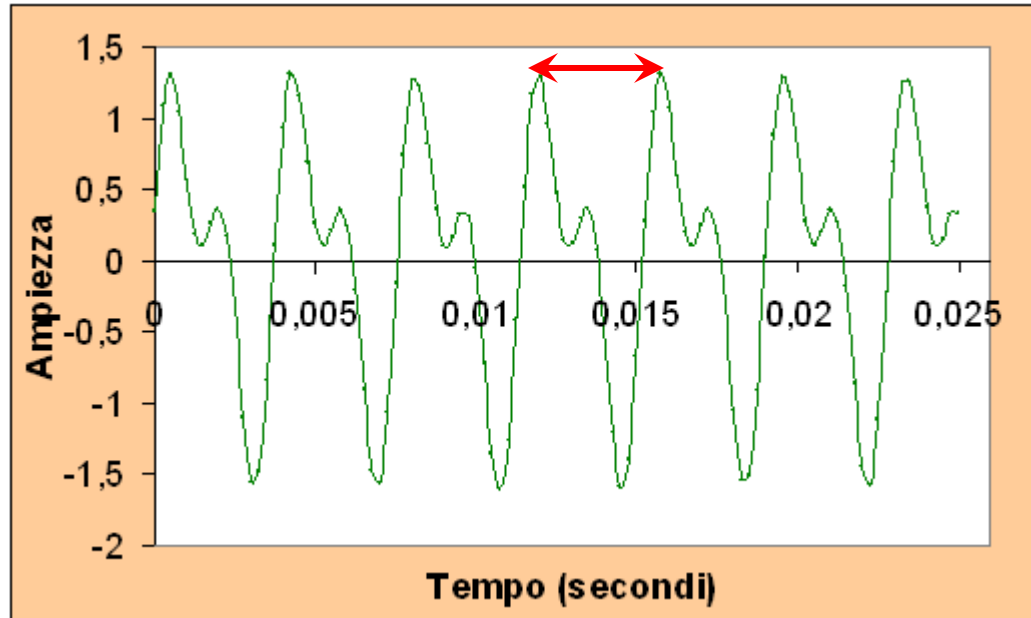
$$z = \sin \theta$$



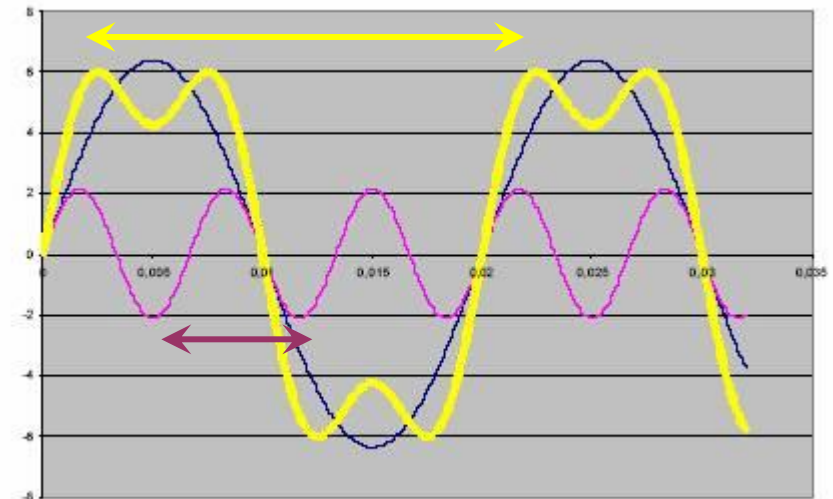
Solo un moto che ha una legge oraria sinusoidale si chiama **moto armonico**



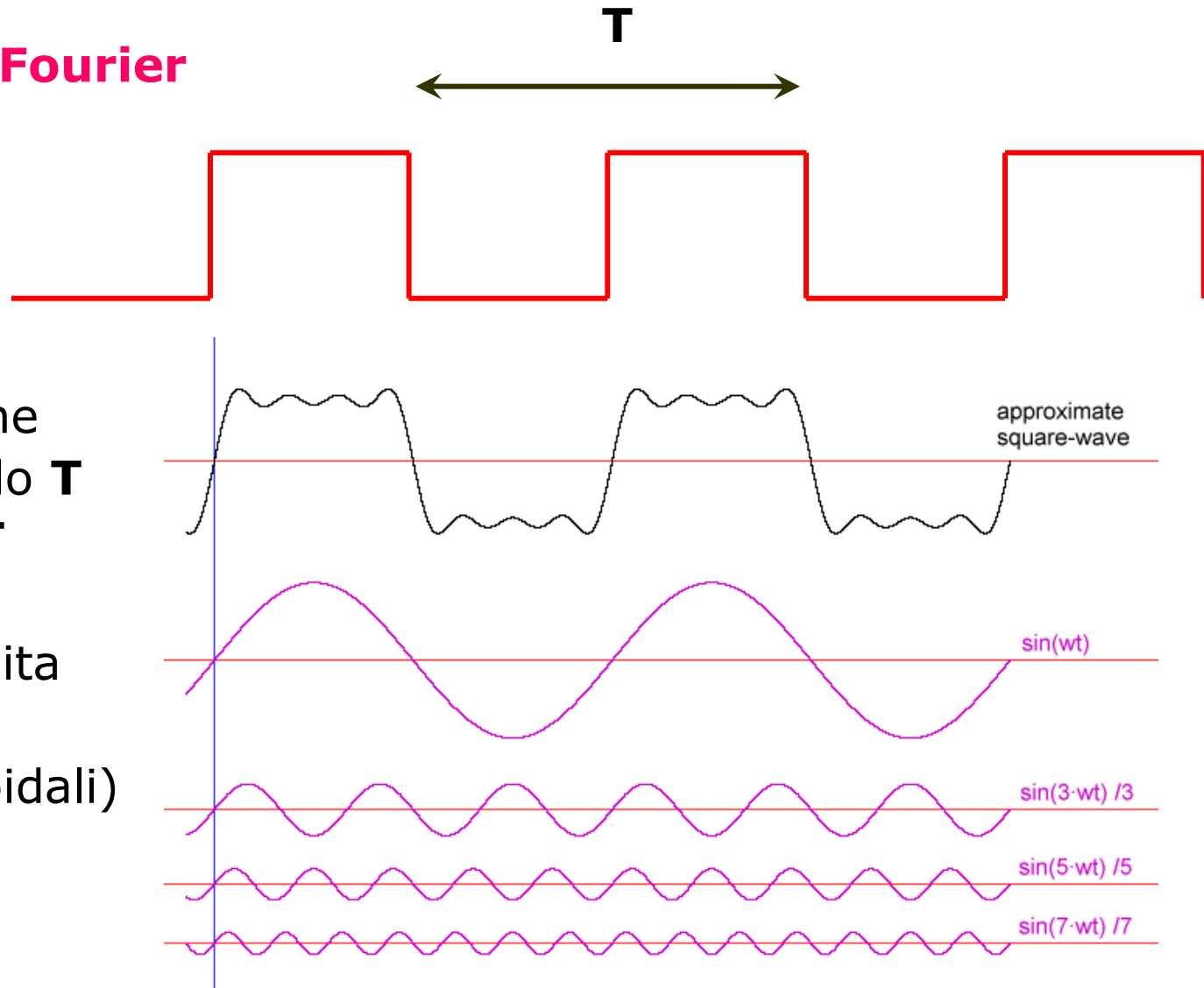
Moti periodici non armonici



Sovrapposizione di 2 oscillazioni
armoniche con $T_2 = 3 T_1$



Teorema di Fourier

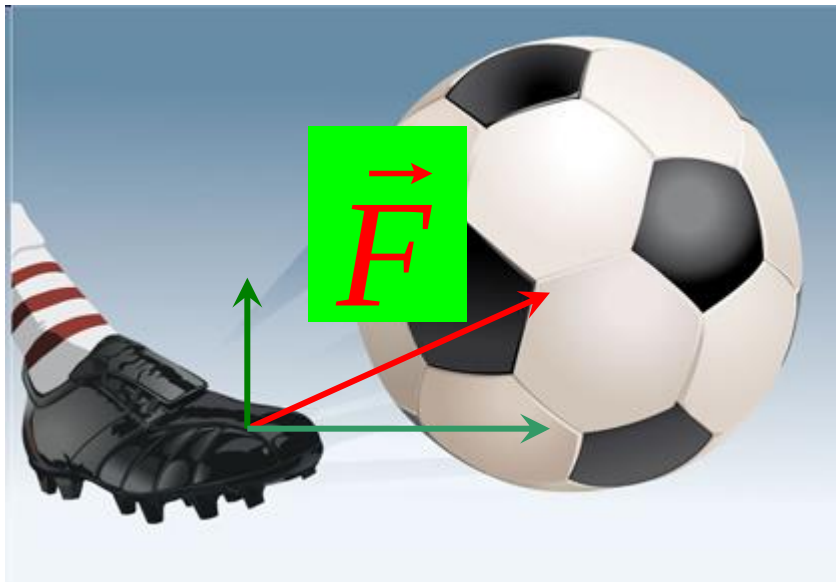


Qualunque funzione periodica di periodo T e frequenza $f=1/T$ può essere scritta come somma infinita (serie) di funzioni armoniche (sinusoidali) di periodi $T/2, T/3, \dots, T/n, \dots$ o frequenze $2f, 3f, \dots, nf, \dots$

Forze impulsive

Il calcio di un pallone, la battuta di una palla da baseball, un sasso che rimbalza, una martellata ci introducono le forze impulsive

- forze molto grandi
- che durano per un tempo brevissimo



Durante il calcio

forza impressa dalla gamba

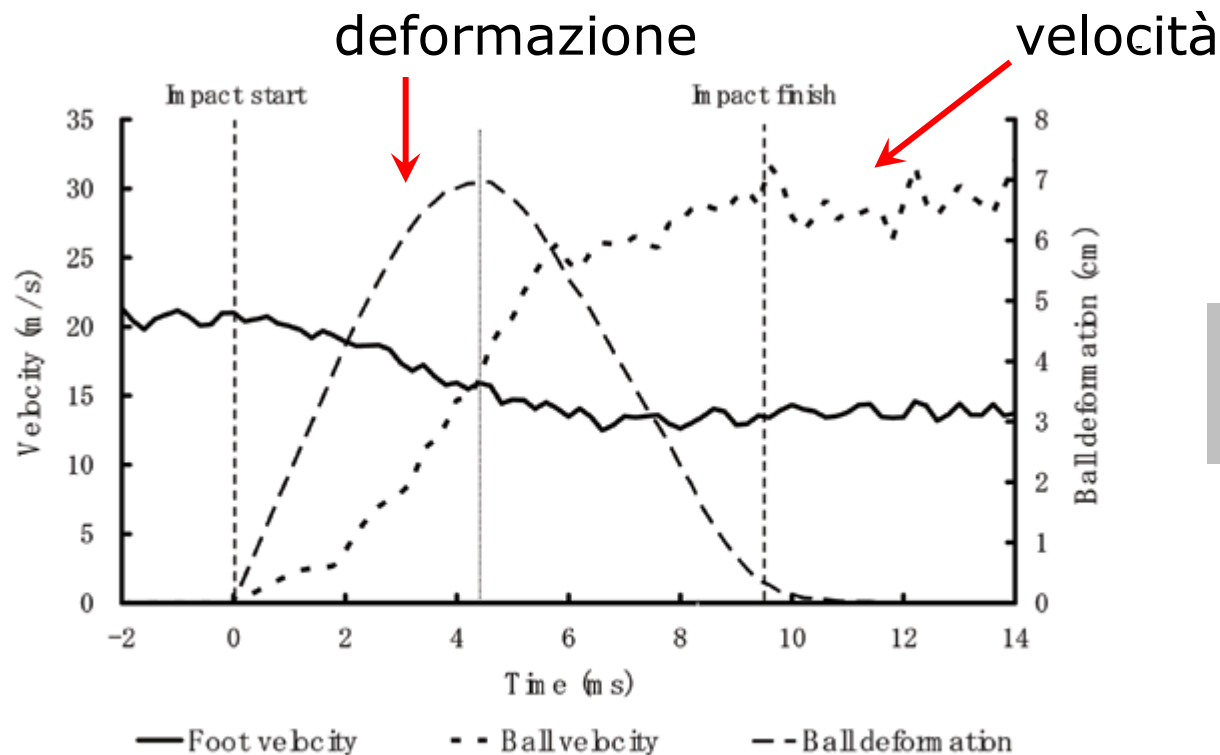
$$ma_x = F_x$$

$$m=0,4 \text{ kg}$$

$$ma_y = F_y - mg$$



forza peso $mg=0,4 \times 9,8 = 3,8 \text{ N}$



Il calcio dura
10 ms = 0,01 s

Figure 1. Foot velocity, ball velocity and ball deformation during ball impact.

$$a \approx \frac{30 \text{ m/s}}{0,01 \text{ s}} = 3000 \text{ m/s}^2 \quad ma = 1200 \text{ N}$$

Velocità a confronto nello sport

Table 1: top projectile speed in various sports

Projectile	Example	Top speed		m
		km/h	mph	
Golf ball	Tiger Woods	256	160	46 g
Tennis ball	Andy Roddick	224	140	57 g
Baseball (batting)	Alex Rodriguez	192	120	142 g
Hockey puck	Al MacInnis	168	105	160 g
Baseball (pitching)	Randy Johnson	160	100	142 g
Soccer ball (kick)	David Beckham	128	80	400 g
Javelin throw	Jan Zelezny	112	70	
Discus throw	Jurgen Schult	88	55	
American football (throwing)	Payton Manning	72	45	
Shot put	Randy Barnes	53	33	

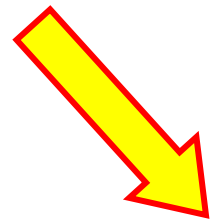


Di fatto quindi la forza impressa dal calciatore è enormemente maggiore della forza peso,

L'accelerazione del pallone durante il calcio è solo funzione di F_{calc} e di m : $F_{\text{calc}} = ma$

Pertanto possiamo dire che le componenti della velocità iniziale del pallone sono influenzate dalla sua massa ma non dal suo peso.

Nel calcolo della traiettoria invece il peso è cruciale



$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

$$h = \frac{v_{oy}^2}{2g} = \frac{v_0^2 (\sin \theta)^2}{2g}$$



Sulla Luna la gittata e l'altezza massima aumentano di circa 6 volte perché g è 6 volte più piccola

Con le forze impulsive la quantità rilevante non è l'accelerazione ma la variazione di velocità

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{F} dt = m d\vec{v}$$

integrando  $\int_t^{t+\Delta t} \vec{F} dt = m \Delta \vec{v}$



Possiamo esprimere l'integrale come la forza media x Δt e otteniamo

$$\langle \vec{F} \rangle \Delta t = m \Delta \vec{v}$$

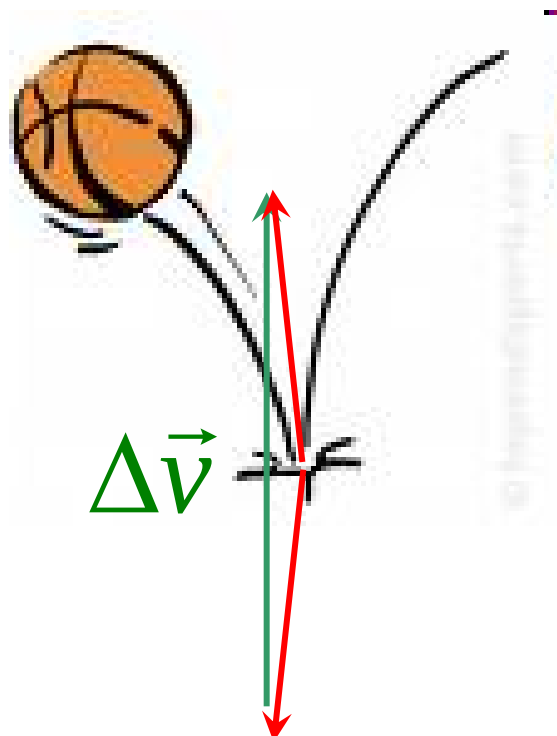
forza media

Se vogliamo anche $\langle F \rangle = m \langle a \rangle$

Il prodotto $\langle F \rangle \Delta t = m \Delta v$ si chiama **impulso** della forza

Questa quantità è finita essendo il prodotto di un tempo brevissimo per una forza molto grande
(al limite forza infinita x tempo infinitesimo)

Palla che rimbalza sul pavimento



viene applicata
dal pavimento

$\Delta \vec{v}$

$\langle F_y \rangle \Delta t = m \Delta v_y = 2mv_y$

$2m = 1 \text{ kg}$
 $\Delta t = 0,01 \text{ s}$
 $v_y = 10 \text{ m/s}$

- $\langle F_y \rangle = 1000 \text{ N}$
- $mg \approx 5 \text{ N}$

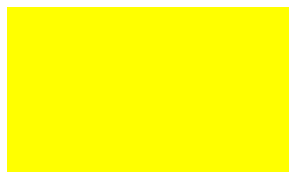
Qui giocano due forze

- la forza peso
- la forza del pavimento (impulsiva)

L'impulso della forza peso durante l'urto è minimo

Naturale, essendo il prodotto di una quantità finita (la forza mg) per una infinitesima (Δt)

In generale quando abbiamo a che fare con forze impulsive l'effetto delle forze "normali" può essere trascurato per tutta la durata Δt dell'impulso (in questo caso dell'urto)



un istante prima
di toccare terra

$$V^*$$



$$\vec{F}$$

un istante dopo aver
toccato terra

$$V = 0$$

$$|\Delta V| = V^*$$

$$\langle F_y \rangle \Delta t = mV^*$$